

УДК 615.851.4

*Воистинова Г.Х., кандидат педагогических наук, доцент
доцент кафедры «Алгебра, геометрия
и методики обучения математике»*

*Стерлитамакский филиал «Башкирский Государственный университет»
Стерлитамак, Республика Башкортостан*

*Юлбарисова Ю.Ш.,
студент магистратуры*

*3 курс, факультет «Математики и информационных технологий»
Стерлитамакский филиал «Башкирский Государственный университет»
Стерлитамак, Республика Башкортостан*

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ ПРИ РЕШЕНИИ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

***Аннотация:** В статье рассматривается прием мышления «анализ» и «синтез» при решении уравнения с параметром. Описываются этапы анализа и синтеза в процессе исследования (решения) параметрического уравнения.*

***Ключевые слова:** Анализ, синтез, мышление, уравнение с параметром.*

***Abstract:** the article deals with the method of thinking "analysis" and "synthesis" in solving the equation with the parameter. The stages of analysis and synthesis in the process of research (solution) of the parametric equation are described.*

***Keywords:** Analysis, synthesis, the equation with the parameter.*

Мир, окружающий человека, многообразен и многолик. Он находится в процессе постоянного изменения, развития, совершенствования, трансформации. Выявить его сущность с помощью процессов чувственного познания - ощущений и восприятия не представляется возможности. Эту

функцию берет на себя более сложный познавательный психический процесс как мышление - самый сложный из процессов познания, причем его сложность такова, что превосходит даже возможности языка в однозначном выражении сути мышления. В ощущениях и восприятиях мир предстает перед человеком в наглядной, чувственной форме. В отличие от них, мышление позволяет выявить сущность предметов и явлений, их свойства, связи и отношения с помощью различных опосредований.

Мышление позволяет человеку выйти за пределы чувственного познания, расширить его границы специфическим путем, опосредованно, с помощью умозаключений. Поэтому мышление позволяет глубже постичь суть явлений, вещей, их свойств. Своеобразным строительным материалом для мышления являются результаты ощущений и восприятий, которые не исчезают, а накапливаются и позволяют человеку сопоставлять, сравнивать, раскрывать новые свойства, не выделяемые с помощью органов чувств. Мышление сосредоточено на изучении и выявлении абстрактных свойств предметов и явлений и их взаимосвязей.

Мышление - это высшая форма воспроизведения нервной системой человека всего, что окружает его в среде обитания. Разные подходы к изучению развития мышления предпринимали такие ученые как К.А. Абульханова; Б.О. Есенгазиева; М.И. Воловикова; В.В. Селиванов; С.В. Радченко; Л.В. Темнова; Л.С. Выготский; И.А. Васильев, Ю.Е. Виноградов, О.К. Тихомиров; А.Н. Леонтьев; Г. Л. Ф. Гельмгольц; А. Пуанкаре; П. Я. Гальперин; Б. В. Зейгарник; С. Л. Рубинштейн; О. Кюльпе.

Термин «мышление» знаком каждому. Житейская мудрость отмечает, что каждый человек считает себя умным или достаточно умным. В психологии мышление определяют обычно как опосредствованное и обобщенное отражение человеком действительности в ее существенных связях и отношениях. Если на чувственной ступени познания внешнее воздействие непосредственно, прямо приводит к возникновению соответствующих

образов в нашем сознании, то процесс мышления совершается сложнее. Понятием «мышление» обозначается одна из фундаментальных и исключительно значимых для человека психологических способностей. Фундаментальной эта способность является в силу того, что в мышлении человек проявляется как родовое существо, разум является его отличительной чертой. Этот факт обуславливает социальную и личностную значимость для человека мышления. [1, с. 58].

Мышление является предметом изучения не только психологии, но также - и даже, прежде всего, - диалектической логики. Каждая из этих научных дисциплин, изучая мышление, имеет, однако, свою отличную проблематику или сферу исследования. Проблемой логики является вопрос об истине, о познавательном отношении мышления к бытию. Проблемой психологии является протекание мыслительного процесса, мыслительная деятельность индивида, в конкретной взаимосвязи мышления с другими сторонами сознания. Психология, так же как и теория познания, рассматривает мышление не в отрыве от бытия. Она изучает его как специальный предмет своего исследования. При этом психологическую науку интересует не отношение мышления к бытию, а строение и закономерность протекания мыслительной деятельности индивида в специфическом отличии мышления от других форм психической деятельности и в его взаимосвязи с ними. Отличаясь, таким образом, друг от друга, психология мышления и логика, или теория познания, вместе с тем теснейшим образом связаны друг с другом. И действительно, психология мышления всегда исходит и неизбежно должна исходить из той или иной философской, логической, методологической концепции. Отражение окружающего мира в процессе мышления осуществляется с помощью таких мыслительных операций как: [2].

- Анализ - это расчленение предмета, мысленное или практическое, на составляющие его элементы с последующим их сравнением.

- Синтез - есть построение целого из аналитически заданных частей. Анализ и синтез обычно осуществляются вместе, способствуют более глубокому познанию действительности. «Анализ и синтез, - писал С. Л. Рубинштейн, - «общие знаменатели» всего познавательного процесса. Они относятся не только к отвлеченному мышлению, но и к чувственному познанию и восприятию. В плане чувственного познания анализ выражается в выделении какого-нибудь чувственного свойства объекта, до того должным образом не выделявшегося. Познавательное значение анализа связано с тем, что он вычленяет и «подчеркивает», выделяет существенное сравнения.
- Абстракция - это выделение какой-либо стороны или аспекта явления, которые в действительности как самостоятельные не существуют. Абстрагирование выполняется для более тщательного их изучения и, как правило, на основе предварительно произведенного анализа и синтеза. Результатом всех этих операций нередко выступает формирование понятий. Абстрагированными могут стать не только свойства, но и действия, в частности способы решения задач. Их использование и перенос в другие условия возможны лишь тогда, когда выделенный способ решения осознан и осмыслен безотносительно к конкретной задаче.
- Обобщение - выступает как соединение существенного (абстрагирование) и связывание его с классом предметов и явлений. Понятие становится одной из форм мысленного обобщения.
- Конкретизация - выступает как операция, обратная обобщению. Она проявляется, например, в том, что из общего определения - понятия - выводится суждение о принадлежности единичных вещей и явлений определенному классу. [4, с. 9-22].

Кроме рассмотренных операций мышления имеются и процессы мышления. К этим процессам относятся:

- Суждение - это высказывание, содержащее в себе определенную мысль.

- Умозаключение - представляет собой серию логически связанных высказываний, из которых выводится новое знание.
- Определение понятий - рассматривается как суждение о некотором классе предметов (явлений), выделяющее из наиболее общие признаки.
- Индукция и дедукция - это способы производства умозаключений, отражающие направленность мысли от частного к общему и наоборот. Индукция предполагает вывод общего суждения из частных посылок, а дедукция - вывод частного суждения из общей посылки.

То, что мышление совершается посредством определенной системы операций, дает первое основание рассматривать этот процесс как опосредованное отражение действительности. Вторым основанием является то, что процесс в результате мышления взрослого нормального человека всегда и обязательно осуществляется с помощью словесного отображения. [3].

Отличие мышления от других психологических процессов состоит также в том, что оно почти всегда связано с наличием проблемной ситуации, задачи, которую нужно решить, и активным изменением условий, в которых эта задача задана. Мышление в отличие от восприятия выходит за пределы чувственно данного, расширяет границы познания. В мышлении на основе сенсорной информации делаются определенные теоретические и практические выводы. Оно отражает бытие не только в виде отдельных вещей, явлений и их свойств, но и определяет связи, существующие между ними, которые чаще всего непосредственно, в самом восприятии человеку не даны. Свойства вещей и явлений, связи между ними отражаются в мышлении в обобщенной форме, в виде законов, сущностей.

Мышление человека всегда имеет целенаправленный, произвольный характер, так как любой акт мышления направлен на решение определенной мыслительной задачи, так или иначе возникшей в нашем сознании.

Приема мышления «анализ» и «синтез» хорошо демонстрируется при решении уравнений с параметрами. Для решений таких нестандартных

уравнений нужно исследовать само уравнение и параметр, входящий в него (этап «анализ»). И только хорошо проведенный анализ позволяет решить это уравнение (этап «синтез»).

Пример 1.

Решить уравнение $x - \sqrt{a - x^2} = 1$. (1)

Решение:

Возведем в квадрат обе части иррационального уравнения с последующей проверкой полученных решений.

Перепишем исходное уравнение в виде:

$$\sqrt{a - x^2} = x - 1. (2)$$

При возведении в квадрат обеих частей исходного уравнения и проведения тождественных преобразований получим:

$$2x^2 - 2x + (1 - a) = 0,$$

$$D = 2a - 1.$$

Особое значение: $a = 0,5$. Отсюда:

- 1) при $a > 0,5$, $x_{1,2} = 0,5 * (1 \pm \sqrt{2a - 1})$;
- 2) при $a = 0,5$, $x = 0,5$;
- 3) при $a < 0,5$ уравнение не имеет решений.

Проверка:

1) при подстановке $x = 0,5$ в уравнение (2), равносильное исходному, получим неверное равенство. Значит, $x = 0,5$ не является решением (2) и уравнения (1).

2) при подстановке $x_1 = 0,5 * (1 \pm \sqrt{2a - 1})$ в (2) получим:

$$-0,5 * (1 + \sqrt{2a - 1}) = -(0,5 * (1 + \sqrt{2a - 1}))^2.$$

Так как левая часть равенства отрицательна, то x_1 не удовлетворяет исходному уравнению.

3) Подставим x_2 в уравнение (2):

$$\sqrt{a - \left(\frac{1 + \sqrt{2a - 1}}{2}\right)^2} = a - \frac{1 + \sqrt{2a - 1}}{2}.$$

Проведя равносильные преобразования, получим:

Если $\frac{\sqrt{2a-1}-1}{2} \geq 0$, то можно возвести полученное равенство в квадрат:

$$\frac{a - \sqrt{2a-1}}{2} = \left(\frac{\sqrt{2a-1}-1}{2}\right)^2$$

Имеем истинное равенство при условии, что $\frac{\sqrt{2a-1}-1}{2} \geq 0$

Это условие выполняется, если $a \geq 1$. Так как равенство истинно при $a \geq 1$, а x_2 может быть корнем уравнения (1) при $a > 0,5$, следовательно, x_2 -корень уравнения при $a \geq 1$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Воистинова Г.Х. Задачи на построение как средство совершенствования приемов мышления студентов: Монография. – Стерлитамак: Стерлитамакский филиал БашГУ, 2013. – 176 с.
2. Воистинова Г.Х., Юлбарисова Ю.Ш. Материалы IX Международной студенческой электронной научной конференции «Студенческий научный форум» URL: [http:// www.scienceforum.ru](http://www.scienceforum.ru) (дата обращения: 02.12.2018).
3. Воистинова Г.Х., Юлбарисова Ю.Ш. Материалы X Международной студенческой электронной научной конференции «Студенческий научный форум» URL: [http:// www.scienceforum.ru](http://www.scienceforum.ru) (дата обращения: 02.12.2018).
4. Воистинова Г.Х. Приемы умственной деятельности и их использование при обучении студентов на занятиях по методике преподавания математики // Актуальные проблемы методической подготовки будущих учителей математики и физики: Депонир. сборник науч. трудов. – Стерлитамак: Стерлитамак. гос. пед. ин-т, 2002. – С. 9-22.