УДК 624.074.43

Квартальнов С.В.,

студент 6-го курса,

факультета «Промышленное и гражданское строительство»

Академия Строительства и Архитектуры

Самарского Государственного Технического университета

Россия, г. Самара

РАСЧЕТ КОНИЧЕСКОЙ ЧАСТИ ТОНКОСТЕННОЙ ОБОЛОЧКИ ВРАЩЕНИЯ ПО БЕЗМОМЕНТНОЙ ТЕОРИИ

Аннотация: *В современном мире тонкостенные оболочки вращения пользуются популярностью и имеют широкий спектр применения, поскольку оболочечные конструкции во многих случаях являются оптимальными, так как на их изготовление затрачивается минимум материалов. В данной статье дано понятие тонкостенной оболочки вращения, рассмотрен элемент оболочки и представлен расчет конической части тонкостенной оболочки вращения по безмоментной теории без учета концентрации напряжений, возникающих на ее конце.*

Ключевые слова: *Тонкостенный сосуд, срединная поверхность, тело вращения, безмоментная теория, уравнение Лапласа.*

Annotation: *In the modern world, thin-walled shells of revolution are popular and have a wide range of applications, since shell structures are in many cases optimal, since their production requires a minimum of materials. This article gives the concept of a thin-walled shell of revolution, considers a shell element and presents the calculation of the conical part of a thin-walled shell of revolution according to the momentless theory without taking into account the concentration of stresses arising at its end.*

Key words: *Thin-walled vessel, middle surface, body of revolution, momentless theory, Laplace equation.*

Стенки тонкостенных сосудов, испытывающие внутреннее давление воды, пара или газа, находятся в состоянии двухосного растяжения. К таким сосудам относятся паровые котлы, резервуары водонапорных башен, газгольдеры, нефтебаки, газовые и воздушные баллоны и т.п.

Одной из особенностей такого рода конструкций является малая толщина стенки по сравнению с общими габаритами сооружения, что позволяет объединить их термином - тонкостенные сосуды. Поверхность, которая делит толщину стенок сосуда пополам, называется срединной поверхностью [2].

Характерной чертой тонкостенных сосудов является то, что по форме они представляют собой тела вращения, т.е. их срединная поверхность может быть образована вращением некоторой кривой вокруг оси n – n_2 (оси симметрии).

Задача о расчете оболочек вращения наиболее просто решается в том случае, когда возможно принять, что напряжения, возникающие в оболочке, постоянны по толщине, и, следовательно, изгиб оболочки отсутствует. Теория оболочек, построенная на этом предположении, называется безмоментной теорией оболочек.

Рассмотрим подробнее элемент оболочки: из оболочки, изображенной на рисунке 1, выделим элемент *ABCD* двумя меридиональными плоскостями nn_1n_2

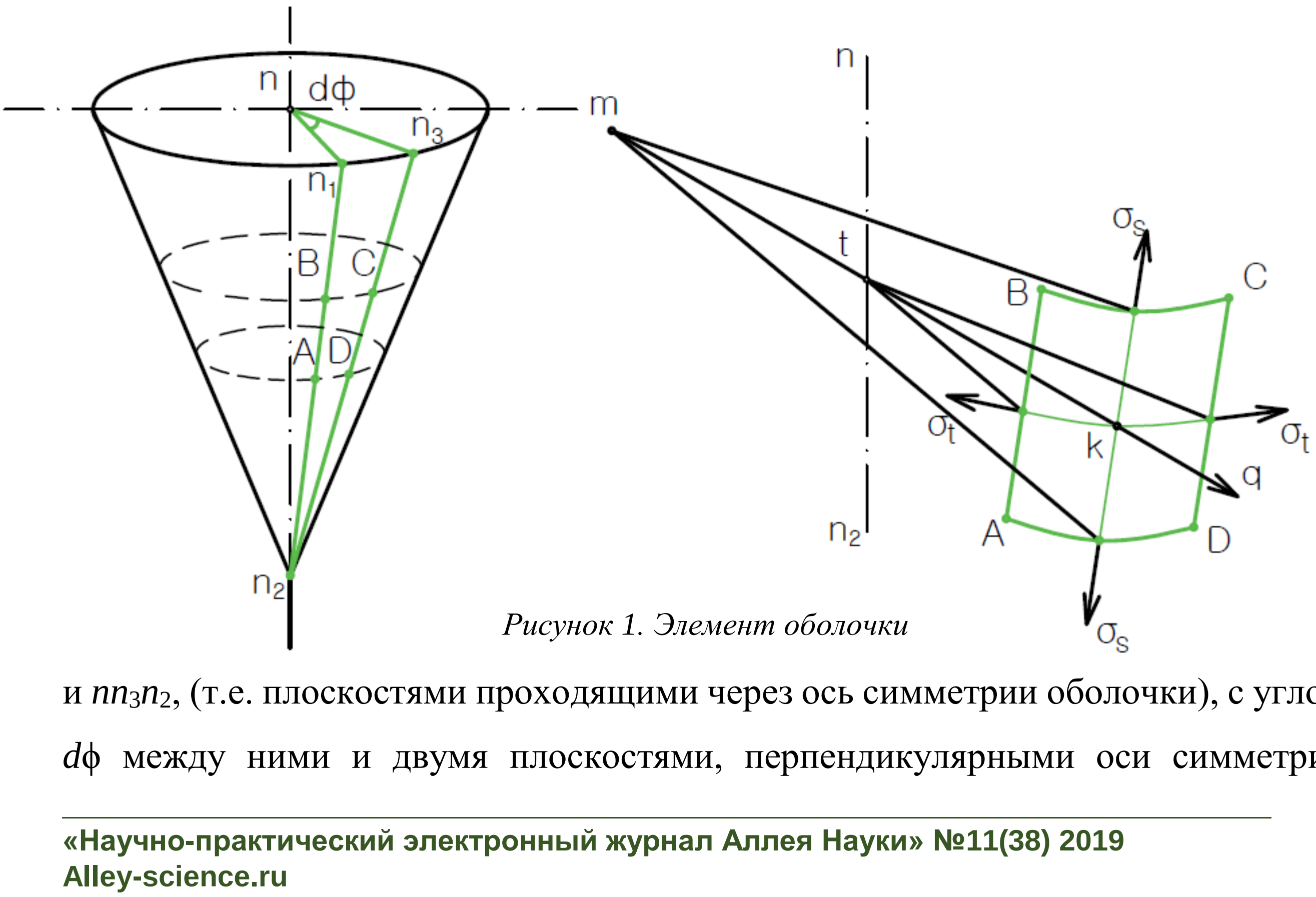

Рисунок 1. Элемент оболочки

и nn_3n_2, (т.е. плоскостями проходящими через ось симметрии оболочки), с углом $d\phi$ между ними и двумя плоскостями, перпендикулярными оси симметрии оболочки *BC* и *AD*. Радиус кривизны *tk* элемента *ABCD* в плоскости, перпендикулярной меридиану, обозначим через R_1, а радиус *mk* в меридиональной плоскости обозначим через R_2. Нормальные напряжения, действующие по боковым граням *AB* и *CD*, соприкасающимся с меридиональными плоскостями, называются окружными напряжениями σ_t. Нормальные напряжения, действующие по боковым граням *BC* и *AD*, называются меридиональными напряжениями σ_s. Кроме напряжений σ_s и σ_t на элемент оболочки действует нагрузка в виде давления *q*, перпендикулярного поверхности *ABCD [1]*.

Основным уравнением безмоментной теории оболочек является уравнение Лапласа, которое имеет вид:

$$\frac{\sigma_t}{R_1} + \frac{\sigma_s}{R_2} = \frac{q}{\delta}$$

где δ - толщина оболочки.

Причем для конической оболочки радиус кривизны $R2 = \infty$, а радиус $R1$ определяется согласно построению чертежа.

Определить из одного уравнения две неизвестные величины σ_s и σ_t невозможно, поэтому чтобы определить напряжения в стенке оболочки необходимо совместное решение уравнения Лапласа и уравнения равновесия части оболочки, отсеченной конической поверхностью, перпендикулярной меридиану [1].

Задача: рассчитать коническую часть тонкостенной оболочки вращения заполненной жидкостью с толщиной стенки δ = 0,02 м (рисунок 2). Давление внутри оболочки Р = 0,2 МПа, удельный вес жидкости $\gamma = 1{,}5 \cdot 10^4$ н/м^3, высота конструкции – 10 м, высота конической части – 0.25 м, конус под углом 90˚.

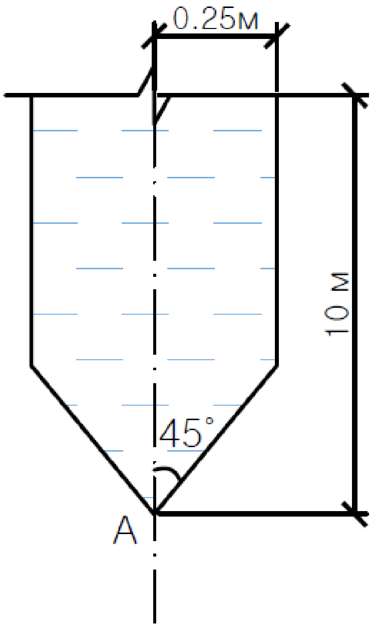

Рисунок 2. Исходная задача

Решение:

Давление жидкости в различных сечениях оболочки будет различным, в отличие от давления газа, поэтому для решения задачи рассмотрим три сечения. Проводим через точку A первое сечение.

$R_1 = 0;\ R_2 = 0;\ \sigma_s = 0;\ \sigma_t = 0.$

Второе сечение проводим на расстоянии x = 0,15 м.

Высота столба жидкости над сечением h = 10 - 0,15 = 9,85 м.

Давление $q = P + h\gamma = 0.2\cdot 10^6 + 9.85\cdot 1.5\cdot 10^4 = 347\,750\,\dfrac{H}{м^2}.$

В соответствии с уравнением равновесия нижней отсеченной части оболочки имеем

$$\sigma_s 2\pi R_t \delta \cos\alpha - \gamma \frac{1}{3}\pi R_t^2 x - q\pi R_t^2 = 0$$

$$\sigma_s 2\pi \cdot 0.15\cdot 0.02\cdot \cos 45° - 1.5\cdot 10^4 \cdot \frac{1}{3}\pi \cdot 0.15^3 - 347\,750\pi \cdot 0.15^2 = 0$$

$\sigma_s = 1.85\ МПа.$

Исходя из рисунка 3 $R_1 = \dfrac{R_t}{\sin\varphi} = \dfrac{R_t}{\sin(90-\alpha)} = \dfrac{R_t}{\cos\alpha} = \dfrac{0.15}{0.707} = 0.212\ м$

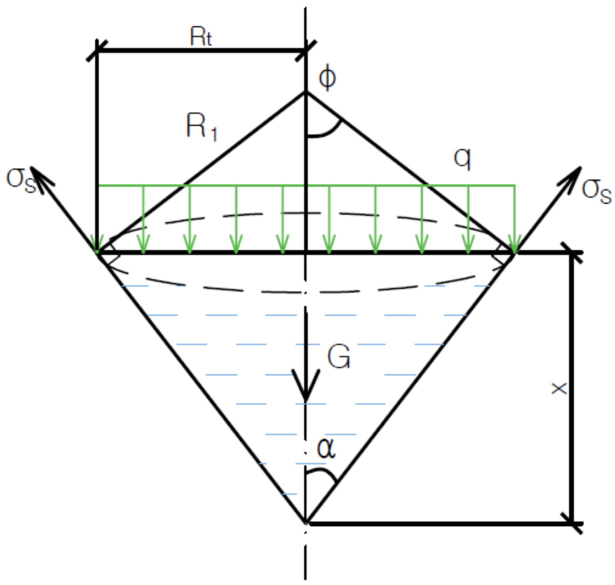

Рисунок 3. Вспомогательное построение.

Радиус кривизны R_2 для конуса равен ∞, следовательно уравнение Лапласа примет вид $\dfrac{\sigma_t}{R_1} = \dfrac{q}{\delta}$

$$\sigma_t = \frac{q\cdot R_1}{\delta} = \frac{347\,750\cdot 0.212}{0.02} = 3.69\ МПа$$

Третье сечение проведем на расстоянии x = 0,25 м.

Высота столба жидкости над сечением h = 10 - 0,25 = 9,75 м.

Давление $q = P + h\gamma = 0.2\cdot 10^6 + 9.75\cdot 1.5\cdot 10^4 = 346\,250\,\dfrac{H}{м^2}.$

Решая уравнение равновесия имеем:

$$\sigma_s 2\pi R_t \delta \cos\alpha - \gamma \frac{1}{3}\pi R_t^2 x - q\pi R_t^2 = 0$$

$$\sigma_s 2\pi \cdot 0.25 \cdot 0.02 \cdot \cos 45° - 1.5 \cdot 10^4 \cdot \frac{1}{3}\pi \cdot 0.25^3 - 346\,250\pi \cdot 0.25^2 = 0$$

$$\sigma_s = 3.07\ \text{МПа}.$$

Исходя из рисунка $R_1 = \dfrac{R_t}{\cos\alpha} = \dfrac{0.25}{0.707} = 0.354\ \text{м}$

Радиус кривизны R_2 для конуса равен ∞, следовательно $\sigma_t = \dfrac{q \cdot R_1}{\delta} = \dfrac{346\,250 \cdot 0.354}{0.02} = 6.13\ \text{МПа}$

Полученная эпюра конической части тонкостенной оболочки вращения:

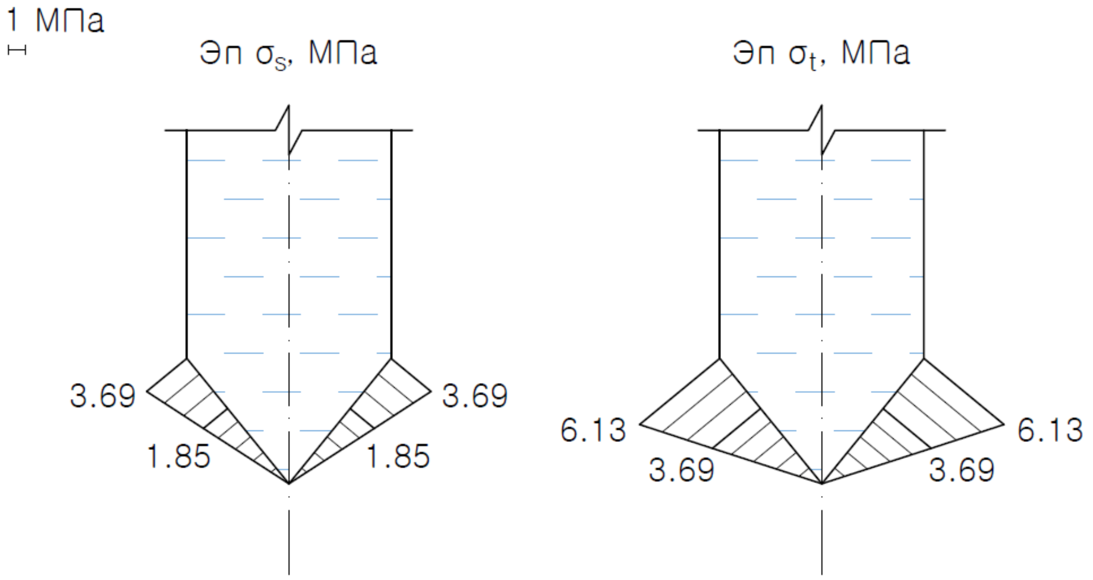

Рисунок 4. Эпюра конической части.

Таким образом, с помощью безмоментной теории можно рассчитать напряжения, возникающие в различных тонкостенных осесимметричных оболочках [3]. Такие оболочки имеют широкий спектр применения: в промышленном строительстве, машиностроении, кораблестроении, авиастроении, железнодорожной промышленности и атомной энергетике.

Использованные источники

1. Расчет на прочность тонкостенных оболочек вращения и толстостенных цилиндров: Метод. пособ. / Сост.: В. Ф. Першин, Ю. Т. Селиванов. Тамбов: Из-во Тамб. Гос. техн. ун-та, 2002.

2. Тимошенко С.П. Пластинки и оболочки / Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. – М.: Наука, 1966.

3. Доннелл, Л.Г. Балки, Пластины и оболочки / Пер. с англ. Л.Г. Корнейчука; Под ред. Э.И. Григолюка. - М.: Наука, 1982.