

Городилов А.И.

Студент

4 курс, Отделение геологии

Национальный исследовательский Томский политехнический

университет

Россия, г. Томск

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ ТИПА «ЗАГРЯЗНИТЕЛЬ-ОЧИСТИТЕЛЬ» В ГЕОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Аннотация: *Статья посвящена актуальной научно-практической задаче – моделированию (прогнозированию) процессов загрязнения и очищения геоэко среды. Разработана математическая модель, которая исследована полностью, с системно-синергетическими выводами.*

Ключевые слова: *моделирование, загрязнение, очищение, геологическая среда, прогнозирование.*

Annotation: *The article is devoted to an urgent scientific and practical task - modeling (forecasting) of processes of pollution and purification of the geo-environment. A mathematical model has been developed, which has been fully investigated, with systemic-synergetic conclusions.*

Keywords: *modeling, pollution, purification, geological environment, forecasting.*

Математических методов прогноза систем типа «загрязнитель-очиститель» – много, но оценок прогнозирования «по глубине развития» – мало, как и простых, гибких моделей. Стали применяться и неклассические подходы (классические, как правило – балансово-полуэмпирические или на основе дифференциальных нелинейных уравнений). Можно отметить, например,

марковские процессы, которые идентифицируют время перехода из одного в другое состояние системы, энтропийный подход и др.

При энтропийном подходе, достижение соотношения энтропии (ошибок прогноза) проводится переоценкой эволюционных характеристик системы по времени. Если они близки к оптимальным, то у системы наилучшее соотношение меры очищение/загрязнение и организованности (структурированности). Если энтропия предыдущего состояния системы велика – очистки, собственно, нет, есть развитие загрязнения. Если же энтропия мала, то есть опасность, что система может стать и неочищаемой.

Необходим анализ адаптационно-очистительной эффективности среды [1-2], ее моделирование. Вопрос оценки воздействий сводим к оценке адаптационного напряжения на индивидуальном и групповом (популяционном) уровне [3].

В геологических системах, загрязнителей – много: отдельные пользователи, группы, «всплески» и др. Рассмотрим модельный случай в случае «всплесков» загрязнителей (например, выбросов от труб заводов).

Пусть $x(t)$ – уровень загрязнения (объем или концентрация загрязнителя) в момент времени t , $0 \leq t \leq T$, $t_0=0$ – начало загрязнения, $x(0) = x_0$ – начальный уровень загрязнителя, τ – период между «всплесками» (воздействиями) загрязнителей.

Источник загрязнения с мощностью q_i в точках x_i , $i=1, 2, \dots, n$ воздействует периодическими выбросами

$$f(x) = \sum_{i=1}^n q_i \delta(x - x_i).$$

Вместо $\delta(x)$ можно рассматривать функцию плотности нормального распределения, в общем случае,

$$f(x_i, y_i, t) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i \delta(x - \ell_i)(y - m_i),$$
$$\delta(x - \ell_i)(y - m_i) = \begin{cases} 1, & x = \ell_i, & y = m_i \\ 0, & x \neq \ell_i, & y \neq m_i \end{cases}$$

Можно рассматривать уравнение загрязнения:

$$x'(t) = ax - b^2x + f(x) \sum_{i=1}^n k_i(t) \delta(t - i\tau),$$

$$x(0) = x_0, t_i = i\Delta t.$$

Необходима «нейтрализация загрязнителя», например, его выявление и идентификация (место, объем, состав и др.). В этой ситуации рассматриваем модель:

$$\begin{cases} x'(t) = a(x) - b(x, y) y(t), & x(0) = x_0, \\ y'(t) = c(x, y) b(x, y) y(t) - d(y) y(t), & y(0) = y_0, \end{cases}$$

где $c(x, y)$ – эффективность нейтрализации, $d(y)$ – естественная убыль загрязнителя (способность самостоятельно нейтрализовать загрязнителя), $b(x, y)$ – скорость нейтрализации (интенсивность очищения), $a(x)$ – скорость загрязнения сети (возобновления притока загрязнителя); $x(t)$ – концентрация (плотность) загрязнителя; $y(t)$ – интенсивность нейтрализации.

Если считать все коэффициенты a, b, c, d постоянными, можно получить следующие выражения для $x(t), y(t)$:

$$\begin{cases} x = x_0 + at + (1 - e^{(cb-d)t}) \frac{by_0}{cb - d}, \\ y = y_0 e^{(cb-d)t}. \end{cases}$$

Относительную загрязненность в зависимости от уровня нейтрализации можно определять также зависимостью вида:

$$x(y) = \left(\frac{y}{y_{opt}} \right)^{\gamma y_{opt}} \left(\frac{1 - y}{1 - y_{opt}} \right)^{\gamma(1 - y_{opt})},$$

где y_{opt} – оптимальное значение $y(t)$, γ – параметр, характеризующий степень саморегулирования среды.

Изменение устойчивости в среде пропорционально степени использования ресурсов φ_{max} и отклонению значений фактора $\varphi_{max} - \varphi(t)$, где φ_{max} – максимально возможное использование ресурсов среды.

Уравнение, связывающее устойчивость среды s и φ :

$$\frac{ds}{dy} = k(\varphi_{max} - \varphi(t)), \quad s_i(0) = s_0,$$

где k – коэффициент саморегулируемости среды.

Решение задачи по фактору i среды:

$$\frac{ds_i}{dy_i} = k_i(\varphi_{max} - \varphi_i(t)), \quad s_i(0) = s_{oi}$$

дает:

$$s_i(t) = s_{io} + \frac{k_i}{2}(\varphi_{max} - \varphi_{io})^2 - \frac{k_i}{2}(\varphi_{max} - \varphi_i(t))^2.$$

Если уравнение связи учитывает не только темп, но и устойчивость:

$$\frac{ds_i}{dy} = k_i(\varphi_{max} - \varphi_i)s_i,$$

то

$$s_i(t) = s_0 \exp\left(\frac{k_i(\varphi_{imax} - \varphi_{io})^2}{2}\right) \exp\left(\frac{k_i(\varphi_{imax} - \varphi_i(t))^2}{2}\right).$$

Постоянный множитель в формуле $s(t)$ характеризует саморегуляцию системы. Если обобщить, используя кривую распределения Пирсона 1-го типа, то можно записать:

$$s_i(t) = \left(\frac{\varphi_i}{\varphi_{iopt}}\right)^{\gamma_i \varphi_{iopt}} \left(\frac{\varphi_{imax} - \varphi_i(t)}{\varphi_{imax} - \varphi_{iopt}}\right)^{\gamma_i(\varphi_{imax} - \varphi_{iopt})},$$

$$\varphi_{imin} < \varphi_{iopt} < \varphi_{imax}.$$

Необходимо проконтролировать динамику на промежутке $[0; \tau]$. В моменты времени t_i воздействие измеряется с погрешностью h , что дает последовательность $y^*(t_1), y^*(t_2), \dots, y(t_n)$.

Чтобы по ходу процесса иметь возможность идентифицировать взаимосвязи и взаимодействия можно использовать критерий:

$$\sum_{i=1}^n (y(t_i) - y_i^*)^2 \leq h.$$

Отдельного рассмотрения заслуживает случай массового «загрязнения» среды. В этом случае предлагается модель типа Грипенберга:

$$x(t, \tau) = k(\tau) \left(1 - \int_0^t x(t - \tau + s, s) ds\right) \int_0^T \int_0^s a(s, z) x(t - s + z, z) dz ds,$$

$$t \in [0; \infty), \quad \tau \in [0; T].$$

Добавим начальные условия:

$$x(t, \tau) = x_0(t, \tau), \quad (t, \tau) \in [-\tau_0; 0) \times [0; \tau_0].$$

При прогнозировании необходимы оценки загрязнённости, учитывающие синергетические эффекты в среде. Но данные не всегда подчинены, например, нормальному распределению, могут вести к неточностям вывода. Как и неточности в экологических данных. Поэтому следует выполнить предварительно анализ (например, Data Mining) или простую процедуру выбраковки неточных данных следующей процедурой.

Пока <есть грубые данные> вычисляем:

- 1) средние, моменты, вариации;
- 2) грубые значения, точки распределения Стьюдента (критические - 5%, 0,1%);
- 3) при необходимости (если они свидетельствуют о грубости), значение отсеивается;
- 4) снова характеристики (откорректированные);
- 5) повторять при выборе последующего (по рангу, невязке) значения.

Таким образом, в загрязняемой среде страдает и человек. Он подвергается воздействию, его организм испытывает адаптационную нагрузку в геосистеме. Сейчас очень популярен акцент на экологичность среды, которая не несет вреда здоровью, многие производители делают это своим маркетинговым ходом, добавляя на свою продукцию кричащие слоганы «Самый экологичный» и др. Необходимы несложные, гибкие, технологичные модели и методики прогноза загрязнения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Трусов П.В. и др. Математическая модель эволюций функциональных нарушений в организме человека с учетом внешнесредовых факторов/ П.В Трусов, Н.В. Зайцева, Д.Я. Кирьянов, М.Р. Камалтдинов, М.Ю.

Цинкер, В.М. Чигвинцев, Д.В. Ланин // Математическая биология и биоинформатика. -2012, №2, с.589-610.

2. Зайцева Н.В. и др. Количественная оценка неканцерогенного риска для здоровья населения / Н.В. Зайцева, П.З. Шур, Д.А. Кирьянов, В.Б.Алексеев, А.С.Сбоев, О.П. Волк-Леонович // Гигиена и санитария. 2008, №6, с.64-67.

3. Методические подходы к оценке популяционного риска здоровью на основе эмоциональных моделей / Н.В. Зайцев, П.З. Шур, Д.А. Кирьянов, М.Р. Камалтдинов, М.Ю. Цинкер // Здоровье населения и среда обитания. –2013, №1, с.4–6.