УДК 372.851

Гридина А.А.
студент магистратуры
Стерлитамакский филиал Башкирского государственного университета
Россия, г.Стерлитамак
Сабитова Ю.К.
доцент, к.ф.-м.н.
Стерлитамакский филиал Башкирского государственного университета
Россия, г. Стерлитамак

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ НЕРАВЕНСТВА В ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ УЧРЕЖДЕНИЯХ: МЕТОДИКА И ОСОБЕННОСТИ

Аннотация: *Данная статья посвящена методике и особенностям темы «Тригонометрические неравенства». Рассмотрены основные этапы и их цели в процессе обучения решения тригонометрических неравенств. Выведены методические особенности решения тригонометрических неравенств.*

Ключевые слова: *методика, тригонометрические неравенства, тригонометрия, методические особенности, школьный курс математики.*

Annotation: *This article deals with the methodology and features of the topic "Trigonometric inequalities." The main stages and their objectives are considered in the process of training to solve trigonometric inequalities. Methodological features of the solution of trigonometric inequalities are derived.*

Keywords: *methodology, trigonometry, trigonometric inequalities, methodical features, school course of mathematics.*

В связи с необходимостью измерений в астрономии, землемерии и строительстве в Древние времена возникла тригонометрия. Она носила чисто геометрический характер и выступала главным образом как «исчисление хорд». С течением времени в нее начали добавляться отдельные аналитические

моменты. После резкого перелома, в начале восемнадцатого века тригонометрия начала двигаться по новому направлению и сместилась в сторону математического анализа. Именно в это время тригонометрические зависимости стали рассматриваться как функции.

В общеобразовательных школах теме «Тригонометрия» посвящается много времени. Сначала учащиеся знакомятся с ней в курсе геометрии, позже – в курсе алгебры и начала анализа. Учителя выделяют большое количество уроков на изучение применения тригонометрических тождеств и неравенств, так как в материалах ЕГЭ эта тема используется во многих заданиях. В базовой части: 5. Вычисления и преобразования и 7. Простейшие уравнения; в профиле: 5. Простейшие уравнения, 9. Вычисления и преобразования, 10. Задачи с прикладным содержанием, 12. Наибольшее и наименьшее значение функции, 13. Уравнения, 18. Задача с параметром. Но не всегда получается ожидаемый результат.

Тригонометрическое неравенство – это два тригонометрических выражения, связанные между собой знаком: < либо >.

Чтобы найти решение тригонометрических неравенств, нужно найти значения, при каковых неравенство будет верно. Их может быть множество.

Тригонометрические неравенства по большей части решаются путем приведения их к простейшим.

Можно выделить 3 этапа в процессе обучения решений тригонометрических неравенств:

1. Подготовительный;
2. Развитие способностей решать простейшие тригонометрические неравенства;
3. Внедрение иных видов тригонометрических неравенств.

Цель подготовительного этапа это необходимость развить у школьников способностей использовать в решении тригонометрических неравенств: тригонометрического круга или графика. То есть:

- способности решать простейшие неравенства вида: $sinx > 1, sinx < -1, cosx > 1, cosx < -1$ с помощью свойств функций синуса и косинуса;

- способности формировать для дуг числовой окружности или для дуг графиков функций двойные неравенства;

- способности осуществлять преобразования тригонометрических выражений разнообразными способами.

Для процесса классификации знаний учащихся по свойствам тригонометрических функций можно включить этот этап. При решении тригонометрических неравенств необходимо отрабатывать навыки. В этом главным образом могут помочь задания, предлагаемые ученикам, которые решаются или самостоятельно или под наблюдением учителя.

Приведем примеры таких заданий:

1. Решить неравенство $\sin x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$
2. Решить неравенство $2\cos(2x + 100°) \leq -1$

Для развития способностей решать тригонометрические неравенства (второй этап) можно применить следующие рекомендации, считая, что у учащихся уже сформировались умения в работе с тригонометрическими окружностью и графиком.

1. Рассмотрим, например, неравенство вида: $\sin 5x \cos 4x - \cos 5x \sin 4x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$. С помощью этого неравенства можно настроить учащихся на рациональное получение общего приема решения простейших тригонометрических неравенств. Используя необходимые знания, которые учащиеся усвоили на первом этапе, они должны исходное неравенство привести к виду: $\sin x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$. При найденных множествах решения неравенства, применив только свойства функций синуса и косинуса, могут возникнуть трудности. Поэтому необходимо прибегнуть к графическому решению уравнения или к решению с помощью тригонометрического круга, чтобы избежать возникшей проблемы.

2. При объяснении материала учителю необходимо заострить внимание на различных способах выполнения задания, показать образец решения неравенства при помощи тригонометрического круга и графического способа.

Выделим два замечания при реализации третьего этапа процесса формирования у школьников умений решить тригонометрических неравенств.

1) При систематизации знаний учащихся в тригонометрии необходимо подбирать такие неравенства, при решении которых требуются различные преобразования. учитель должен сделать акцент на их особенностях.

2) Данную схему целесообразно применять при начальном изучении приемов решений тригонометрических неравенств, не являющихся простейшими: рассмотрение конкретного тригонометрического неравенства → переход к соответствующему тригонометрическому уравнению → нахождение приема решения учащимися вместе с педагогом→ применение этого приема на других неравенствах того же вида в самостоятельной работе.

В качестве примеров можно предложить следующие неравенства:

$$\cos^2 x + \cos x \le -\sin^2 x$$

$$tg\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) > \sqrt{3}$$

$$5 - 7\sin x = 3\cos^2 x$$

Учитывая все выше сказанное, к методическим особенностям решения тригонометрических неравенств относятся:

1. Учащиеся должны знать материал по данной теме. Материал должен изучаться от частного к общему – от тригонометрии острого угла к тригонометрии любого угла и затем к тригонометрическим функциям действительного аргумента.

По итогу изучения темы учащиеся должны знать: определения арксинуса, арккосинуса, арктангенса числа, формулы решения простейших тригонометрических уравнений; уметь находить решения для простейших тригонометрических уравнений и неравенств.

2. Формирование главных умений, нужных при решении тригонометрических неравенств.

3. Учащиеся должны уметь определять способ решения тригонометрических неравенств:

1) Решение тригонометрических неравенств с помощью единичной окружности;
2) Графическое решение тригонометрических неравенств;
3) Решение неравенств методом интервалов.

Умения и навыки при решении тригонометрических неравенств в школьном курсе математики являются крайне важными. Со стороны учителя математики развитие этих навыков требует существенных усилий. Из этого следует, что учитель должен быть компетентен в этом вопросе и обязан хорошо владеть методикой для развития умений и навыков решения тригонометрических неравенств.

Список литературы

1 Мордкович А.Г. Методические проблемы изучения тригонометрии в общеобразовательной школе // Математика в школе. 2002. №6.

2 Лященко Е.И. и др. Методические рекомендации по формированию ведущих понятий курса математики. Ленинград, 1988. 72 с.

3 Калинин, А.К. О решении тригонометрических неравенств. // Математика. Приложение к газете «Первое сентября» № 6, 1991г.