УДК 004.896

Загинайло М.В.,
аспирант 1 курс, направление
«Информационные системы и процессы»
Донской государственный технический университет (ДГТУ)
Россия, г. Ростов-на-Дону

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЗАКЛЮЧЕНИЙ ИСКУССТВЕННОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ В ЗАДАЧЕ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ

Аннотация: *В работе рассматривается возможность применения к задаче нейросетевого распознавания образов методов математической статистики, согласно которым оценка выходных результатов искусственной нейронной сети может быть рассмотрена как задача статистической классификации выборки её выходных результатов, а именно статистической проверки статистических гипотез.*

Ключевые слова: *распознавание образов, искусственная нейронная сеть, статистическая гипотеза, классификация.*

Annotation: *The paper deals with the possibility of application of the methods of mathematical statistics to the task of artificial neural network pattern recognition, according to which the estimation of output results of an artificial neural network can be considered as a task of statistical verification of statistical hypotheses.*

Keywords: *pattern recognition, artificial neural network, statistical hypothesis, classification.*

Задача распознавания образов сводится к классификации и идентификации объектов, характеризуемых конечным набором отдельных свойств и признаков. ИНС определяет принадлежность входного образа, представляемого вектором признаков фиксированной длины, к классам, задаваемым выходными нейронами

ИНС. При этом решением считается такая альтернатива, при которой значение сигнала выходного нейрона, соответствующего тому или иному классу, является максимальным.

Недостатком такой интерпретации выходных результатов ИНС является отсутствие оценки уровней активности выходных нейронов, т.е. степени принадлежности образа к каждому из классов.

Одним из существующих практических решений является применение радиально-базисных [1] или вероятностных нейронных сетей [2]. Однако в первом случае решение задачи вероятностной оценки степени достоверности выходных результатов ИНС достигается для нейросетей с точно известной функцией распределения значений выходных данных, в то время как для других нейросетевых решений статистики выходных данных будут описываться своими, заранее неизвестными, законами распределения значений. В случае применения вероятностных нейронных сетей для аппроксимации неизвестных плотностей вероятностей по обучающим выборкам используются ядерные функции Парзена, которые позволяют решить задачу оценки плотности вероятности по имеющимся данным, однако для реализации таких алгоритмов требуется использование достаточно большого объема памяти для хранения всех обучающих выборок.

Для многослойных ИНС прямого распространения применимы алгоритмы оценки различия наборов значений фактического и эталонного класса [3], методы оценки расстояния между классами, методы сравнения и др.

В данной работе рассматривается возможность применения к описываемой задаче методов математической статистики, согласно которым оценка выходных результатов ИНС может быть рассмотрена как задача статистической классификации выборки её выходных результатов, а именно статистической проверки статистических гипотез.

Пусть дана ИНС задача которой классифицировать объект по вектору и признаков, и на выходе имеется числовой значение в диапазоне [0;1] отражающее степень уверенности ИНС в своем заключении. ИНС обучена распознаванию изображений трех классов А, В, С, как показано на рисунке 1. Каждый выход ИНС соответствует определённому классу изображения (Вых.1-А, Вых.2-В, Вых.3-С) и должен «перейти» пороговое значение для активации заключения. В качестве порогового значения установим число 0.75, что означает вероятность уверенности в 75%.

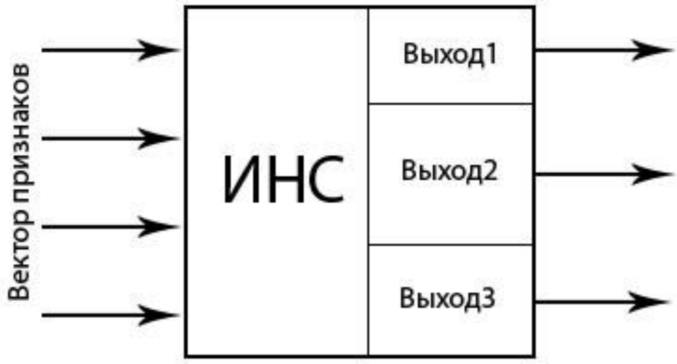

Рисунок 1. Схема ИНС

В ходе наблюдения ИНС изображения одного класса (А) с разной степенью зашумления были выявлены следующие результаты.

Таблица1.

Результаты работы ИНС

Наблюдение	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Вых1	0,83	0,8	0,85	0,79	0,83	0,86	0,8	0,85	0,79	0,75
Вых2	0,53	0,61	0,55	0,61	0,5	0,7	0,65	0,53	0,55	0,65
Вых3	0,2	0,25	0,3	0,2	0,29	0,3	0,25	0,31	0,27	0,19

При малых количествах наблюдений можно легко проверять каждое наблюдение на правильность заключения (значение на выходе выше порогового), но как оценить заключение при большом количестве наблюдений?

Результаты каждого выхода можно рассмотреть как наблюдение за распределением случайной величины. Это позволит в полной мере применять обширный класс задач математической статистики, а именно статистическую проверку статистических гипотез. Статистической гипотезой называют гипотезу о виде неизвестного распределении или о параметрах известного распределения. В этом классе задач используются несколько важных понятий.

Статистическая гипотеза это утверждения, которые касаются распределения случайной величины или их параметров. Различают основную и конкурирующую гипотезу. Основная из гипотез характеризует результат, который необходимо доказать, а конкурирующая противоречит основной. [4]

Статистическим критерием называется строгое математическое правило, по которому принимается или отвергается гипотеза с определенным уровнем значимости.

Уровень значимости - допустимая для данной задачи вероятность появления ошибки первого рода и обозначается α.

Ошибка первого рода состоит в том, что будет отвергнута правильная нулевая гипотеза. Ошибка второго рода состоит в принятии неправильной нулевой гипотезы, обозначается β.

Общий принцип проверки гипотез состоит в вычислении значения статистического критерия, если значение критерия принадлежит области критических значений, то нулевую гипотезу отвергают, если значения принадлежит области принятия гипотезы, то гипотезу принимают.

В нашей задаче для вероятностной оценки заключения ИНС можно прибегнуть к сравнению выборочной средней всего распределения с гипотетической генеральной средней. Далее сделать вывод о значимом или незначимом различии средней вычисленной величины и гипотетической идеальной.

Пусть по результатам заключений ИНС после 10 наблюдений составим вариационный ряд для каждого из выходов.

Выход 1

n_i	1	2	2	2	2	1
x_i	0.75	0.79	0.8	0.83	0.85	0.86

Выход 2

n_i	1	2	2	2	2	1
x_i	0.5	0.53	0.55	0.61	0.65	0.7

Выход 3

n_i	1	2	2	1	1	2	1
x_i	0.19	0.2	0.25	0.27	0.29	0.3	0,31

где, n_i частота появления значения, суммарно равная количеству наблюдений, а x_i величина значения.

Для того чтобы при заданном уровне значимости α проверить нулевую гипотезу $H_0 : a = a_0$ о равенстве генеральной средней a нормальной совокупности с известной дисперсией D гипотетическому (предполагаемому) значению a_0 при конкурирующей гипотезе $H_1 : a < a_0$ необходимо вычислить наблюдаемое (эмпирическое) значение статистического критерия

$$U_{набл.} = \frac{\left(\overline{x_в} - a_0\right)\sqrt{n}}{\sigma}, \qquad (1)$$

где $\overline{x_в}$ - выборочная средняя, σ - среднее квадратическое отклонение.

Выборочная средняя высчитывается по формуле

$$\overline{x_в} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i x_i , \qquad (2)$$

где k число групп данных, в нашем случае количеству n_i .

Среднее квадратическое отклонение является квадратным корнем дисперсии D, и высчитывается по формуле

$$\sigma = \sqrt{D}, \qquad (3)$$

где D – дисперсия.

Дсиперсия это мера разброса значений случайной величины относительно её математического ожидания (среднего значения). Вычисляется по формуле

$$D = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i \left(x_i - \overline{x_в}\right)^2 . \quad (4)$$

Далее при конкурирующей гипотезе вида $H_1 : a < a_0$ необходимо найти критическую точку правосторонней критической области из равенства

$$\Phi(U_{кр.}) = \left(1 - 2\alpha\right)/2, \quad (5)$$

где α уровень значимости, то есть вероятность возникновения ошибки первого рода. Обычно уровень значимости фиксируется произвольно, но чаще всего встречаются уровни значимости 10 %, 5 %, 1 %, 2,5% и 0,1 %.

После нахождения $\Phi(U_{кр.})$ по таблице функции Лапласа найдем значение критической точки $U_{кр.}$. Затем полагаем границу левосторонней критической области:

$$U_{кр.} = -U_{кр.} \quad (6)$$

Последним шагом необходимо сравнить значение наблюдаемого критерия с критическим значением критерия. Если $U_{набл.} > -U_{кр.}$ - нет оснований отвергать нулевую гипотезу. Если $U_{набл.} < -U_{кр.}$ - отвергается нулевая гипотеза и принимается альтернативная.

Для проверки точности на каждом выходе ИНС сформируем две гипотезы. $H_0 : a = a_0 = 0.75$ означает, что среднее значение всего ряда незначительно отличается от порогового значения активации. $H_1 : a < a_0 = 0.75$ означает, что среднее значение всего ряда значительно отличается от порогового значения активации. В качестве уровня значимости возьмем 0,05 что означает шанс появления ошибки первого рода 5%.

Теперь проверим выполнение гипотез на каждом из выходов. Учитывая, что в ходе работы были показаны изображения класса А, на 1-ом выходе основная гипотеза должна опровергнуться, и принята альтернативная, а на других двух основная гипотеза должна подтвердиться.

Расчеты для первого выхода.

$$\overline{x_в} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i x_i = \frac{8,15}{10} = 0,815$$ - выборочное среднее.

$$D = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i \left(x_i - \overline{x_в}\right)^2 = \frac{0,0109}{10} = 0,00109$$ - дисперсия.

$$\sigma = \sqrt{D} = \sqrt{0,0109} = 0,0329$$ - среднее квадратическое отклонение.

$$U_{набл.} = \frac{\left(\overline{x_в} - a_0\right)\sqrt{n}}{\sigma} = \frac{\left(0,815 - 0,75\right)\sqrt{10}}{0,0329} = 6,24$$ - наблюдаемое (эмпирическое) значение статистического критерия.

$\Phi(U_{кр.}) = \left(1 - 2\alpha\right)/2 = \left(1 - 2 \times 0,05\right)/2 = 0,45$; $U_{кр.}(0,45) = 1,65$;

$U_{кр.} = -U_{кр.}$ - критическое значение статистического критерия.

Так как $U_{набл.}$(6,24) > $-U_{кр.}$(-1,65) то принимаем основную гипотезу H_0, и отвергаем альтернативную гипотезу H_1, которая означает, что среднее значение всего ряда значительно отличается от порогового значения активации.

Расчеты для второго выхода.

$$\overline{x_в} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i x_i = \frac{5,88}{10} = 0,59$$ - выборочное среднее.

$$D = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i \left(x_i - \overline{x_в}\right)^2 = \frac{0,0386}{10} = 0,00386$$ - дисперсия.

$$\sigma = \sqrt{D} = \sqrt{0,00386} = 0,0621$$ - среднее квадратическое отклонение.

$$U_{набл.} = \frac{\left(\overline{x_в} - a_0\right)\sqrt{n}}{\sigma} = \frac{\left(0,59 - 0,75\right)\sqrt{10}}{0,0621} = -8,14$$ - наблюдаемое (эмпирическое) значение статистического критерия.

$\Phi(U_{кр.}) = \left(1 - 2\alpha\right)/2 = \left(1 - 2 \times 0,05\right)/2 = 0,45$; $U_{кр.}(0,45) = 1,65$;

$U_{кр.} = -U_{кр.}$ - критическое значение статистического критерия.

Так как $U_{набл.}$(-8,14) < $-U_{кр.}$(-1,65) то отвергаем основную гипотезу H_0, которая свидетельствует о том, что среднее значение всего ряда незначительно отличается от порогового значения активации, и принимаем альтернативную гипотезу H_1

Расчеты для третьего выхода.

$\overline{x_{в}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i x_i = \frac{2,56}{10} = 0,26$ - выборочное среднее.

$D = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i \left(x_i - \overline{x_{в}}\right)^2 = \frac{0,0188}{10} = 0,00188$ - дисперсия.

$\sigma = \sqrt{D} = \sqrt{0,00188} = 0,0434$ - среднее квадратическое отклонение.

$U_{набл.} = \frac{\left(\overline{x_{в}} - a_0\right)\sqrt{n}}{\sigma} = \frac{\left(0,26 - 0,75\right)\sqrt{10}}{0,0434} = -35,7$ - наблюдаемое (эмпирическое) значение статистического критерия.

$\Phi(U_{кр.}) = \left(1 - 2\alpha\right)/2 = \left(1 - 2 \times 0,05\right)/2 = 0,45$; $U_{кр.}(0,45) = 1,65$; $U_{кр.} = -U_{кр.}$ - критическое значение статистического критерия.

Так как $U_{набл.}$(-36,7) < $-U_{кр.}$(-1,65) то отвергаем основную гипотезу H_0, которая свидетельствует о том, что среднее значение всего ряда незначительно отличается от порогового значения активации, и принимаем альтернативную гипотезу H_1.

Подтверждение гипотезы о генеральной средней статистического распределения на первом выходе ИНС позволяет подтвердить, то, что среднее значение всех заключений ИНС даже при больших количествах наблюдений будет незначительно отличаться от пороговых значений функции активации внутри искусственной нейронной сети. Проведенные предварительные вычислительные эксперименты, показали применимость и высокую эффективность предложенной методики.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Качайкин Е.И., Иванов А.И., Безяев А.В., Перфилов К.А. Оценка достоверности нейросетевой автоматизированной экспертизы авторства рукописного почерка // Вопросы кибербезопасности. – №2 (10). – 2015. – С. 43-48.

2. Савченко А.В. Статистическое распознавание образов на основе вероятностной нейронной сети с проверкой однородности // Искусственный интеллект и принятие решений. – №4. – 2013. – С. 45-56.

3. Маршаков Д.В. О методе вероятностной интерпретации выходных результатов искусственной нейронной сети // Системный анализ, управление и обработка ин-формации: Труды 7-го Международного научного семинара, пос. Дивноморск, 2 – 12 октября 2016 г. – Ростов н/Д: ДГТУ, 2016. – С. 102-106.

4. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшая школа, 2004. – 479 с.