

Алексеева М.О.

студент

4 курс, Институт экономики управления и финансов

Марийский государственный университет

Россия, г. Йошкар-Ола

Пайдыганова М.Ю.

студент

4 курс, Институт Экономики, Управления и Финансов

Марийский Государственный Университет

Россия, г. Йошкар-Ола

КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ АДЕКВАТНОСТИ МОДЕЛЕЙ

***Аннотация:** В представленной статье рассматриваются критерии, используемые для оценки точности построенной модели. Приводятся формулы по каждой модели и использование их при расчетах.*

***Ключевые слова:** моделирование, адекватность модели, моделируемая совокупность, среднее значение, дисперсия.*

***Annotation:** This article discusses the criteria used to assess the accuracy of the constructed model. Formulas are given for each model and their use in the calculations.*

***Key words:** modeling, model adequacy, simulated population, average value, variance.*

При моделировании обследователя, прежде всего, занимает, насколько точно модель описывает моделируемую совокупность (объект моделирования). Модель, процесс которой очень отличается от процесса моделируемой совокупности, практически не нужна.

Адекватность модели - соответствие свойств (функций/параметров/характеристик и тому подобного) модели и сопоставленных свойств моделируемой совокупности. Адекватностью считается совпадение модели моделируемого объекта в отношении задачи моделирования.

Оценка адекватности модели - исследование соответствия модели действительной системе. Оценка адекватности модели действительному объекту разбирается по близости итогов расчетов опытным данным.

Два главных подхода к разбору адекватности:

- 1) по средним величинам откликов модели и совокупности;
- 2) по дисперсиям отклонений откликов модели от средней величины откликов совокупностей.

Проверяется гипотеза о близости средних величин каждой n -й компоненты откликов модели Y_n исходным средним величинам n -й компоненты откликов действительной системы.

F-критерием называют всякий статистический критерий, его тестовая статистика при исполнении нулевой гипотезы обладает F-распределением.

Статистика теста в любом случае сводится к зависимости выборочных дисперсий, которые равны суммам квадратов, деленным на "степени свободы". Чтобы статистика пользовала распределение Фишера нужно, чтобы делимое и делитель были факторами, и соответствующие суммы квадратов имели распределение Хи-квадрат. Для этого нужно, чтобы информация имела нормальное распределение. Кроме того, говорят, что дисперсия случайных величин, квадраты которых суммируются, одинакова.

Тест проходит путем аналогии значения статистики с критическим значением нужного распределения Фишера при данном уровне значимости. Поэтому, как правило, на практике в числителе используют потенциально большое значение, в знаменателе - меньшее и сравнение проводится с "правой" квантилью распределения. Тем не менее, задача может быть и двусторонней и односторонней. В первом варианте при уровне значимости применяется квантиль, а при одностороннем тесте нет [3, с. 432].

Более хороший способ исследования гипотез - с использованием р-значения - вероятностью превышения случайной величины с исходным распределением Фишера над исходной величиной статистики. Если для двусторонней задачи меньше уровня значимости, то нулевая гипотеза опровергается, в другом случае принимается.

Различают модели существующих и проектируемых систем.

Если действительная система существует, работа обстоит очень просто. Поэтому для моделей существующих систем обследователь должен провести проверку адекватности имитационной модели моделируемой совокупности, то есть проверить соотношение между процессом реальной совокупности и поведением модели.

На реальную совокупность воздействуют переменные G^* , их можно находить, но невозможно управлять, параметры X^* , их исследователь имеет возможность изменять в процессе натуральных опытов. На выходе совокупности возможно нахождение выходных характеристик Y^* .

При этом есть некоторая неизвестная обследователю зависимость между этими переменными $Y^* = f^*(X^*, G^*)$.

Имитационная модель, возможно, рассматривается подобно преобразователю входных переменных в выходные. В любой имитационной модели есть составляющие: компоненты, переменные, параметры, функциональные зависимости, ограничения, целевые функции. Модель системы определяется в качестве совокупности компонент, которые объединены для выполнения анализируемой функции $Y = f(X, G)$. Переменные Y, X, G - векторы по результату действия модели совокупности выходных переменных, параметров моделирования, входных переменных модели. Параметры модели X исследователь отбирает произвольно, G - имеют только значения, характерные для данных моделируемой системы.

Очевидный путь в оценке адекватности заключается в сравнении выходов модели и реальной системы по возможности одинаковых значениях входов. Данные, которые получены в результате имитационной модели и данные,

которые получены по итогам эксперимента с реальной системой — статистические. Поэтому применяют методы статистической теории оценивания и проверки гипотез.

Используя нужный статистический критерий для двух выборок, можно проверить статистические гипотезы (H_0) о том, что выборки выходов системы и модели считаются выборками из разных совокупностей или (H_1), что они "практически" принадлежат одной совокупности.

Могут быть предложены два главных подхода к оценке адекватности:

1 подход: по средним величинам откликов уравнений и системы.

Проверяется гипотеза о близости средних значений каждый n -й компоненты откликов модели Y_n известным средним значениям n -й компоненты откликов реальной системы Y_n .

Проводят N_1 экспериментов на реальной совокупности и N_2 экспериментов на имитационной модели (как правило, $N_2 > N_1$).

Оценивают для действительной системы и имитационной модели математическое ожидание в соответствии с дисперсией, Y'_n, D'_n и Y_n, D_n .

Гипотезы о средних величинах проверяются с использованием критерия f -Стьюдента, возможно использовать параметрический критерий Манна-Уитни и так далее.

Например, покажем использование f -статистики. Основу исследования гипотез представляет $E_n = (Y_n - Y'_n)$, оценка её дисперсии:

$$D_{\text{гр}} = \frac{(N_1 - 1)D_n + (N_2 - 1)D'_n}{N_1 + N_2 - 1}, \quad t\text{-статистика: } t_n = (Y_n - Y'_n) \sqrt{\frac{N_1 - N_2}{D_{\text{гр}} \cdot (N_1 + N_2)}}.$$

Берут таблицу распределения t -статистики с количеством степеней свободы: $g = N_1 + N_2 - 2$ (как правило, с уровнем значимости $\alpha = 0,05$). По таблицам получают критическую величину $t_{\text{кр}}$. Если $t_n \notin t_{\text{кр}}$, гипотеза о близости средних значений n -й компоненты откликов модели и системы принимается. И так далее по всем n компонентам вектора откликов.

2 подход: по дисперсиям отклонений откликов модели от средней величины откликов совокупностей.

Сравнение дисперсии ведут с помощью критерия F (исследуют гипотезы о согласованности), с использованием критерия согласия (при больших объемах выборок, $n > 100$), критерия Колмогорова-Смирнова (при маленьких выборках, в которых известны средняя и дисперсия совокупности), Кохрена и других.

Проверяется гипотеза о значимости различий оценок двух дисперсий: D'_n и D_n .

Составляется F -статистика: $F = D_n / D'_n$ (задаются обычно уровнем значимости $\alpha = 0,05$, при степенях свободы $\gamma_1 = \gamma_2 = N_1 = N_2$), по таблицам Фишера для F -распределения рассчитывают $F_{кр}$. Если $F > F_{кр}$, гипотеза о значимости различий двух оценок дисперсий принимается, следовательно — отсутствует адекватность реальной системы и имитационной модели по n -ой компоненте вектора отклика.

Процедура возобновляется аналогичным видом по всем компонентам вектора отклика. Если как минимум по одной компоненте адекватность не присутствует, то модель неадекватна. В последнем варианте, если зафиксированы незначительные отклонения в модели, может осуществляться калибровка имитационной модели (устанавливаются поправочные, калибровочные коэффициенты в моделирующий процесс), для того, чтобы обеспечить адекватность.

А если нет реальной системы (что типично для задач проектирования, прогнозирования), то проверку адекватности осуществить при этом варианте не удастся, потому что нет действительного объекта. Для целей анализа модели в отдельных случаях проводят особенные испытания (к примеру, так действуют при военных обследованиях). Это помогает убедиться в точности модели, пользы ее в реальности, несмотря на проблему и дороговизну проводимых испытаний.

Могут использоваться и другие подходы к проведению валидации имитационной модели [1, с. 278], кроме статистических сравнений между откликами реальной системы и модели. В некоторых случаях нужна валидация

внешнего образа, когда проводится проверка насколько модель соответствует адекватной по мнению специалистов, они с ней будут работать, так называемый тест Тьюринга (создание экспертами отличий поведения модели от действительной системы). В процессе валидации необходима постоянная связь с заказчиком модели, обсуждения экспертами по совокупности. Рекомендуется еще, и проводить эмпирическое обследование допущений модели, в процессе которого возможно будет осуществляться графический образ данных, исследование гипотез о распределениях, анализ чувствительности и другие. Важное средство валидации имитационной модели представляет графический образ промежуточных итогов и выходной информации, а также оживление процесса моделирования. Наиболее полезными являются такого рода представления информации, как гистограммы, временные графики некоторых переменных за всё время моделирования, графики взаимозависимости, круговые и линейчатые диаграммы. Методика использования статистических методов зависит от открытости данных по действительной системе.

Литература

1. Акопов, А.С. Имитационное моделирование: Учебник и практикум для академического бакалавриата / А.С. Акопов. - Люберцы: Юрайт, 2016. - 389 с.
2. Алпатов, Ю.Н. Математическое моделирование производственных процессов: Учебное пособие / Ю.Н. Алпатов. - СПб.: Лань, 2018. - 136 с.
3. Грачева, М.В. Моделирование экономических процессов: Учебник / М.В. Грачева, Ю.Н. Черемных. - М.: Юнити, 2015. - 543 с.