УДК 372.851

Бабич А.В.,
Студент
ФГБОУ ВО «Хакасский государственный университет
им. Н.Ф. Катанова»,
Институт естественных наук и математики,
кафедра математики и методики преподавания математики
Научный руководитель: Михалкина Елена Александровна
Россия, г. Абакан

ПРИМЕНЕНИЕ СВОЙСТВ ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ ПРИ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЙ

Аннотация: *Статья посвящена анализу применимости элементов математического анализа в школьном курсе математики. Особое внимание обращается на применение свойств дифференцируемых функций при решении уравнений, для решения определенных заданий за меньший промежуток времени.*

Ключевые слова: *функции, уравнения, производная, дифференцируемость, свойства функции.*

Annotation: *The article is devoted to the analysis of the applicability of the elements of mathematical analysis in the school mathematics course. Particular attention is paid to the application of the properties of differentiable functions when solving equations, for solving certain tasks in a shorter period of time.*

Key words: *functions, equations, derivative, differentiability, properties of a function.*

Одной из основных тем школьного курса математики является понятие функции. В школе, однако, основное внимание при изучении этой темы уделяется изучению аналитически заданных функций и построению их графиков.

Понятие функции органически связано с уравнениями, неравенствами и их системами, хотя в школьной практике они не всегда должным образом учитывают использование свойств функций при решении.

Элементы математического анализа занимают важное место в математическом образовании. Ученики осваивают математический аппарат, который может эффективно использоваться для решения многих задач по математике, физике и технике. Другими словами, введение нового математического аппарата позволяет нам рассмотреть ряд проблем, которые не могут быть решены элементарными методами. Однако возможности методов математического анализа для таких задач не исчерпаны.

Школьные учебники и учебные пособия уделяют мало внимания этим вопросам. В то же время нестандартное применение элементов математического анализа позволяет углубить основные понятия изучаемой теории. Здесь необходимо выбрать метод решения проблемы, проверить условия его применения, проанализировать результаты. Фактически, часто проводится небольшое математическое исследование, в ходе которого развивается логическое мышление, развиваются математические способности, и улучшается математическая культура.

Методы математического анализа используются не только для решения поставленных задач, но и являются источником новых фактов в элементарной математике.

Согласно обязательному минимальному содержанию общего (полного) общего образования, утвержденному Министерством образования Российской Федерации (пр. № 56 от 30.06.1997), все учащиеся должны знать три основных метода решения уравнений:

- Разложение на множители;
- Замена переменных;
- Использование свойств функций.

В данной статье мы кратко рассмотрим суть третьего метода. Этот метод используется, когда уравнения F (x) = G (x) в результате преобразований или подстановки переменных не могут быть сведены к одному или другому стандартному уравнению, имеющему конкретный алгоритм решения.

Мы считаем, что данная тема очень актуальна, потому что приходится тратить много времени на решение конкретного уравнения или неравенства в соответствии с алгоритмом, который не всегда удобен. Оказывается, решение достаточно велико и проще ошибиться. В случае ошибки ее очень трудно идентифицировать и исправить. Поэтому хочется найти более рациональные решения. Возможность применять на практике различные свойства функций поможет упростить решение и свести его к более точному ответу.

В нашей работе мы опираемся на свойства дифференцируемых функций. Так как с их помощью можно быстро определить промежутки монотонности функции, ее экстремальные точки, наибольшие и наименьшие значения.

Прежде всего, следует понять, что представляет из себя функция:

Дифференцируемая функция (в точке) - это функция, которая имеет дифференциал (в данной точке). На простом языке это функция, имеющая производную в данной точке.

Тогда стоит рассмотреть свойства самой этой функции.

Свойства дифференцируемых функций.

1. Если функция f имеет положительную (отрицательную) производную в каждой точке некоторого промежутка, то она возрастает (убывает) на этом промежутке. При нахождении промежутков монотонности нужно иметь в виду, что если функция возрастает (убывает) на интервале (a, b) и непрерывна в точках a и b, то она возрастает (убывает) на отрезке [a, b].

2. Если точка x_0 является точкой экстремума для функции f и в этой точке существует производная, то $f/(x_0)=0$. В точке экстремума функция может не иметь производную. Внутренние точки области определения, в которых производная равна нулю или не существует, называются критическими. Чтобы установить, имеет ли функция в данной критической точке экстремум, пользуются следующими достаточными признаками существования экстремума.

3. Если функция f непрерывна в точке x_0 и существуют такие точки a, b, что $f/(x_0)>0$ ($f/(x_0)<0$) на интервале (a,x_0) и $f/(x_0)<0$ ($f/(x_0)>0$) на интервале (x_0,b), то точка x_0 является точкой максимума (минимума) функции f.

Используя эти свойства, вы можете быстро решать задачи различной сложности. Например, рассмотрим задания, представленные в ОГЭ и ЕГЭ.

Пример 1. При каких значениях а корни уравнения (1+а)x^2-3ах+4а=0 принадлежат интервалу (2;5)?

Решение.

Из уравнения (1+а)x^2-3ах +4а=0 выразим а.

а$(x^2-3x+4)+x^2=0$,

а = $\frac{x^2}{x^2-3x+4}$ (1).

Рассмотрим функцию а(х)= $\frac{x^2}{x^2-3x+4}$.

Исследуем эту функцию с помощью производной.

$a'(x)=\frac{2x(x^2-3x+4)-(2x-3)x^2}{(x^2-3x+4)^2}=\frac{x^3-x^2+8x-x^3+x^2}{(x^2-3x+4)^2}=\frac{-3x^2+8x}{(x^2-3x+4)^2}=\frac{-3x(x-\frac{3}{8})}{(x^2-3x+4)^2}$.

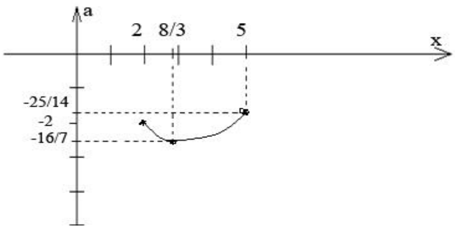
На отрезке [2;5] функция а(х) непрерывна и достигает своих наибольшего и наименьшего значений на концах отрезка или в критических точках.

Критическая точка х= $\frac{8}{3}\in[2;5]$.

Найдем значение функции а(2); а($\frac{8}{3}$) и а(5) :

а(2) = -2; а($\frac{8}{3}$) = -$\frac{16}{7}$; а(5) = $\frac{25}{14}$.

Изобразим график функции a(x) на отрезке [2;5]



Получим ответ a∈$[-\frac{16}{7};-\frac{25}{4})$.

Ответ: a∈$[-\frac{16}{7};-\frac{25}{4})$.

Рассмотренные нами примеры могли быть решены и другими методами, но традиционные методы в данных конкретных примерах достаточно трудоемки.

Таким образом, использование указанных свойств поможет значительно сократить время решения.

Использованные источники:

1. А.И. Азаров, О.И. Тавгень, В.С. Федосенко/Функциональные методы решения задач. -Минск: Академия последипломного образования, 1998.-185с.

2. А.И. Азаров, В.С. Федосенко, С.А. Барвенов/Экзамен по математике: задачи с параметрами: функциональные методы решения. –Минск: Полымя, 2001.-352с.

3. В.В. Амелькин, К.С. Филипович/ Математика: просто о сложном: способы решения алгебраических задач. –Минск: Аверсэв, 2009.-224с.

4. Дорофеев Г.М. Применение производных при решении задач в школьном курсе математики // Математика в школе. – 1980. – №5, №6.