УДК 536.2:621.078

Киреенкова Т.И.,

преподаватель кафедры информатики

Российский государственный университет нефти и газа

(национальный исследовательский университет) имени И.М. Губкина

Россия, г. Москва

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ДИССИПАТИВНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПРИ ИНТЕНСИФИКАЦИИ НАГРЕВА ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Аннотация: *представлена модель контактного теплообмена в твердом материале. Проведен анализ диссипативных коэффициентов теплового потока и внутренней энергии в уравнениях теплопроводности скоростного типа. Выявлена структурная зависимость в быстро осциллирующих процессах от учета предыстории возмущения теплового потока и внутренней энергии.*

Ключевые слова: *моделирование, тепловой поток, релаксация, тепловая память.*

MATHEMATICAL MODELING AND RESEARCH OF DISSIPATIVE COEFFICIENTS IN INTENSIFICATION OF HEATING OF SOLIDS

Annotation: *a model of contact heat transfer in a solid material is presented. An analysis of the dissipative coefficients of the heat flux and internal energy in the equations of thermal conductivity of the high-speed type is carried out. The structural dependence is revealed in rapidly oscillating processes from taking into account the prehistory of the perturbation of the heat flux and internal energy.*

Key words: *modeling, heat flow, relaxation, thermal memory.*

Введение. В настоящее время получены теоретические и экспериментальные результаты по контактному термическому сопротивлению (КТС) только для конкретных соединений и условий

теплообмена. Унифицированные математические модели (ММ), методы определения КТС отсутствуют. Поэтому разработаны три ММ контактного теплообмена (КТ) в зависимости от условий тепловых воздействий. Первая ММ описывается системой параболических уравнений и унифицированными граничными условиями (ГУ). Вторая ММ описывает высокоинтенсивные, импульсные тепловые воздействия и представлена системой гиперболических уравнений. В отличие от первой ММ, здесь вводится дополнительное начальное условие и время релаксации τ_r. Третья ММ включает зависимость состояния материала от следующих термомеханических величин: теплового потока $q_s(M,t)$ и внутренней энергии $U(M,t)$ (тепловая память). ММ описывается системой интегро-дифференциальных уравнений. Кроме τ_r, вводится понятие времени релаксации внутренней энергии τ_e [5, с. 24-65], [6, с. 125].

Постановка задачи. При моделировании интенсификации нагрева твердых материалов имеет место наличия диссипативных величин, которые следует принимать во внимание при быстром подводе энергии. На основе термодинамических и математических предположений, рассматриваются следующие выражения диссипации энергии [1, с. 158]:

$$e(t)=\alpha(0)\cdot T(t)+\int_0^t \alpha'(s)\cdot T(t-s)ds, \qquad (1)$$

$$q(t)=-\beta(0)\cdot gradT(t)-\int_0^t \beta'(s)\cdot gradT(t-s)ds. \qquad (2)$$

Здесь $\alpha'(s)$ и $\beta'(s)$ связанны с релаксационными функциями $\alpha(s)$ и $\beta(s)$ соотношениями $\alpha'(s)=\frac{d}{ds}\alpha(s)$, $\beta'(s)=\frac{d}{ds}\beta(s)$, при $s\to\infty$: $\alpha'(s)\to 0$, $\beta'(s)\to 0$. Функции релаксации могут быть аппроксимированы различными выражениями, окончательный вид которых, с числовыми постоянными, надежно определяется только экспериментально.

Чтобы не нарушать причинно-следственную связь между температурным воздействием на среду и ее внутренней энергией, т. е. чтобы учесть, что изменение энергии происходит не мгновенно, а, как было сказано, по истечении некоторого времени, вводят функцию релаксации внутренней энергии. Если положить $\alpha'(s)=\beta'(s)=0$, то это означает, что предыстория состояния среды не оказывает никакого влияния на теплопроводность в любой последующий момент времени.

Математическая модель теплообмена при одномерной интенсификации нагрева твердых материалов с учетом диссипативных коэффициентов (1)–(2) определяется выражением [2, с. 5]:

$$\alpha(0)\cdot\frac{\partial T(x,t)}{\partial t}+\int_0^t\alpha'(s)\cdot\frac{\partial T(x,t-s)}{\partial t}ds=\beta(0)\cdot\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial t^2}+\int_0^t\beta'(s)\cdot\frac{\partial^2 T(x,t-s)}{\partial x^2}ds\ .(3)$$

Начальные условия:

$$T(x,0)=\Phi_0(x)\quad,\frac{\partial T(x,0)}{\partial t}=\Phi_1(x)\,. \qquad (4)$$

ГУ:

$$T(0,T)=f_1(t);\ t\geq 0 \qquad (5)$$

$$T(1,T)=f_2(t);\ t\geq 0 \qquad (6)$$

Операционным методом получено структурное решение задачи (3)–(6) расчета КТ. Решение получено в виде совокупности простых структур решений, количество которых определяется компонентами воздействий, формирующиеся за счет внешних и внутренних ГУ, начальных распределений температур, источников тепла. Переход от ММ 1, 2, 3 осуществляется дополнительным включением в решение составляющих с множителями $\tau_г$, $\tau_е$. Для определения параметров КТС в различной физической реализации применены метод аналитического продолжения и экстремальные методы, основанные на минимизации функционала, построенного как разность между расчетной и экспериментальной температурами [3, с. 115-120], [4, с. 91].

Решение системы (3)–(6) определяется выбранными функциями релаксации теплового потока $q_s(M,t)$, внутренней энергии $U(M,t)$ в промежутки времени преобладания эффектов релаксационной и тепловой составляющих [2, с. 6]: $\alpha = \frac{1}{\tau_r}\exp\left(-\frac{t}{\tau_r}\right)$, $\beta = \frac{1}{\tau_e}\exp\left(-\frac{t}{\tau_e}\right)$.

Основным условием для определения вклада диссипативных коэффициентов при интенсификации нагрева твердых материалов является отношение $\frac{\beta'}{1+\alpha'} = \eta$ – комплекс, определяющий вид уравнения теплопроводности (3), а так же вклад релаксационных возмущений на формирование теплофизических свойств в материале и степень преобладания тепловых и энергетических изменений.

Так как $\ln\eta = t\left(\frac{\tau_e - \tau_r}{\tau_e \cdot \tau_r}\right) + \ln\tau_0$, тогда

$\lim\limits_{t\to\alpha}\left(\ln\eta\right) = \lim\limits_{t\to\alpha}\left[\alpha\left(\frac{\tau_e - \tau_r}{\tau_e \cdot \tau_r}\right) + const\right] = M$ – максимальное значение тепловых возмущений,

$\lim\limits_{t\to\beta}\left(\ln\eta\right) = \lim\limits_{t\to\beta}\left[\beta\left(\frac{\tau_e - \tau_r}{\tau_e \cdot \tau_r}\right) + const\right] = m$ - минимальное значение изменения внутренней энергии.

Таким образом, при учёте релаксационных функций α и β появляется возможность определить максимально возможный поток, который действует на твердый материал, но при этом определяется минимальное значение внутренней энергии для предотвращения возникновения релаксаций. Структурная зависимость между временем релаксации, функциями релаксации теплового потока и внутренней энергией диссипативных составляющих в уравнении (3) позволяют

моделировать управляемые быстро осциллирующие процессы с необходимыми теплофизическими характеристиками материалов.

Использованные источники:

1. Босенко Т.М. Моделирование поляризации электрета в условиях тепловой релаксации. Закономерности развития современного естествознания, техники и технологий: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции 30 января 2018 г. / Под общ. ред. Е. П. Ткачевой. – Белгород: ООО Агентство перспективных научных исследований (АПНИ), 2018. – С. 157–160.

2. Босенко Т.М. Оцінка збіжності розв'язків інтегро-диференціальних рівнянь теплопровідності в умовах релаксування системи / Т.М. Босенко // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. 2013. –Т. 6. – № 4 (66). – С. 4–9.

3. Босенко Т.М. Математичні моделі нерівноважної термодинаміки в умовах теплового релаксування / Т.М. Босенко // Вестник днепропетровского университета. Серия «Механика». Вып.17, Т.1, 2013. – С. 114–121.

4. Веселовский В.Б. Структурный метод решения задач теплопроводности для составных тел при экстремальных воздействиях с учетом тепловой памяти/В.Б. Веселовский, Т.М Босенко., К.В. Горелова// Металлургическая теплотехника. – Дн-вск: Пороги, 2007. – С. 91–101.

5. Кудинов В.А. Аналитические решения задач тепломассопереноса и термоупругости для многослойных конструкций / В.А. Кудинов, Э.М. Карташов, В.В. Калашников // – М.: Высшая школа, 2005. – 430 с.

6. Шашков А. Г. Волновые явления теплопроводности. Системно-структурный подход. / А. Г. Шашков, В. А. Бубнов, С. Ю. Яновский // − М.: Эдиториал УРСС, 2004. − 296 с.