УДК 330.322

Костырева С.А.,
студент
3 курс, Институт информационных технологий и автоматизированных систем,
Сибирский государственный индустриальный университет,
РФ, г. Новокузнецк
Курьян И.С.,
студент
3 курс, Институт информационных технологий и автоматизированных систем,
Сибирский государственный индустриальный университет,
РФ, г. Новокузнецк
Негина Д.В.,
студент
3 курс, Институт информационных технологий и автоматизированных систем,
Сибирский государственный индустриальный университет,
РФ, г. Новокузнецк

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ИНВЕСТИЦИЙ

Аннотация: *В рамках данной статьи будут рассмотрены методы решения одной из популярных экономических задач, а именно – задачи о распределении инвестиций, решающей проблему нахождения оптимальных экономических стратегий и получения при этом максимальной выгоды от предприятий.*

Ключевые слова: *распределение инвестиций, математическая модель, генетический метод, динамическое программирование, метод перебора.*

Summary: *In this article methods of solving one of the most popular economic problems will be considered, namely, the problem of investment allocation which solves the problem of finding optimal economic strategies and obtaining maximum benefits for enterprises.*

Keywords: *investment allocation, mathematical model, genetic method, dynamic programming, method of search.*

При изучении объектов окружающего мира люди сталкиваются с необходимостью отображения результатов исследований в удобном виде для их анализа, хранения и дальнейшей передачи. С этим напрямую связана важная роль моделей и моделирования в целом в нашей познавательной деятельности.

При работе со сложными объектами, к которым относят и экономические, без моделей и вовсе не обойтись. Описание экономических процессов в виде моделей относят к области экономико-математического моделирования, широко применимого по причине того, что возможность «натурных» экспериментов с материальными моделями ограничена.

В центре задачи располагаются инвестиции – один из важных источников денежных средств, которые необходимы для функционирования или расширения бизнеса. Одной из наиболее популярных задач оптимального управления с дискретным временем является именно задача распределения инвестиций, нацеленная на максимизацию прибыли при разделении вложений между несколькими предприятиями.

Именно эта задача решает проблему, связанную с рисками (снижением спроса, увеличением издержек, изменениями цены на рынке и т.д.) для инвесторов, ведь умение правильно распоряжаться инвестиционным портфелем – важный фактор для избегания финансовых потерь, а также для максимизации прибыли от вложений.

Для решения поставленной задачи в какой-либо среде мы должны определиться с общей математической моделью, которую будем использовать.

Обозначим X_j как капиталовложение в j-тое предприятие ($j = 1, 2, 3, 4$; $n = 4$), тогда целевая функция (ЦФ) примет вид, указанный на формуле 1:

$$F = \sum_{j=1}^{n} f_j(X_j) \to max \qquad (1)$$

Теперь последовательно приведем все граничные условия и ограничения.

Так, ограничение объёма средств (b, денежных единиц) равняется сумме объёмов средств на каждом из предприятий, а объем средств на каждом предприятии должен быть больше или равен нулю (формула 2):

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} X_j = b \\ X_j \geq 0 \ (\forall j \in n) \end{cases} \qquad (2)$$

По представленной выше математической модели составим уравнения, отражающие максимальный доход от распределения x средств на взятом этапе оптимизации (в целом – $F_n(x)$ и на конкретном шаге – $F_k(x)$) – формула 3 отражает данные равенства:

$$\begin{cases} F_n(x) = f_n(x)\ (\forall x \in [0; b]) \\ F_k(x) = \max\limits_{0 \le x_k \le x} \{f_k(x_k) + F_{k+1}(x - x_k)\}\ (\forall x \in [0; b]) \end{cases} \tag{3}$$

Для любого функционирующего хозяйствующего объекта важно грамотно оценивать экономическую эффективность инвестиций, поскольку нецелесообразное решение в вопросе капиталовложений может привести не только к неполучению большой прибыли, но и к серьезным финансовым потерям. Именно поэтому было разработано множество способов решения задачи об оптимальном инвестировании, которые опираются на вышеописанную математическую модель.

Рассмотрим три наиболее популярных подхода к решению задачи оптимального распределения инвестиционных ресурсов: генетический алгоритм (нематематический), а также математический метод динамического программирования и более примитивный метод перебора.

Генетический алгоритм (рисунок 1), основывающийся на методе формирования укрупненных задач, это стохастический алгоритм оптимизации, который имитирует механизмы биологической эволюции (в частности, жизненные циклы популяции) [1]. Терминологический аппарат метода сводится к словам ген, особь (хромосома), популяция, функция приспособленности особи и так далее.

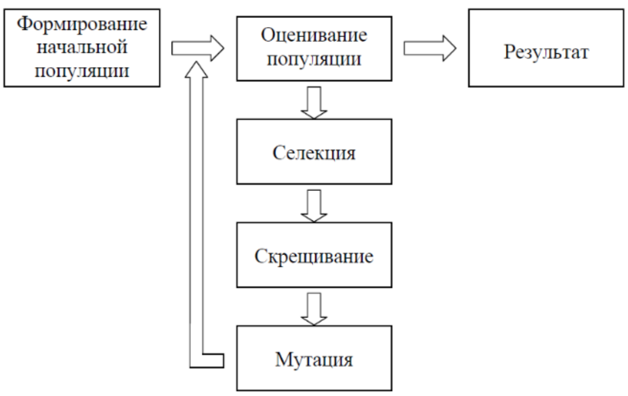

Рисунок 1 – Генетический алгоритм в общем виде

Постановка задачи в генетическом алгоритме заключается в задании конечного суммарного дохода, который при распределении инвестиционных ресурсов становится максимальным. Важной особенностью данного алгоритма является процедура перебора пошаговых значений инвестиционных ресурсов, конкретно – происходит целенаправленный перебор фитнес-функции (fitness function, функция приспособленности), имеющей линейный характер и являющейся целевой [2].

Данный алгоритм представлен обзорно с помощью рисунка, чтобы видеть, что у математических методов есть альтернативы. Далее рассмотрим наиболее широко применимый к исходному классу задач метод, связанный с динамическим программированием.

Динамическое программирование – математический аппарат, решающий задачи путем их разложения на части, менее ёмкие по объему и менее сложные по своему содержанию. К особенностям данного метода относят поэтапное решение задач через фиксированные промежутки времени, однако решаются и задачи без учета временного фактора.

Сравнивая динамическое программирование с линейным и нелинейным, стоит отметить, что этот раздел оптимального программирования также имеет ограничения в виде равенств (неравенств), но используемые в ходе решения переменные могут быть как линейными, так и нелинейными. Также немаловажно, что подобный метод оптимизации подходит не для однократного принятия решений (как это происходит с линейными и нелинейными задачами), а для целой последовательности решений. Именно из-за указанных отличий динамическое программирование используют как для статических задач (по типу распределения инвестиций), так и для динамических, что удобно для управленческих заданий.

К решаемым данным методом задачам выдвигается ряд требований [3]:

1. Задача оптимизации должна интерпретироваться как процесс, состоящий из конечного числа шагов.

2. Целевая функция должна равняться сумме целевых функций шагов.

3. Должна отсутствовать обратная связь (выбор управления на определенном шаге не должен влиять на предшествующие шаги).

4. Должно отсутствовать последействие (определенное состояние после шага должно зависеть только от предшествующего состояния).

5. На каждом шаге управление должно зависеть от конечного числа управляющих переменных, а состояние на этом шаге от конечного числа параметров.

Общая задача динамического программирования при этом формулируется так: необходимо определить управление $X^* = (X_1^*, X_2^*, \dots, X_N^*)$, переводящее систему из начального состояния S_0 в конечное состояние S_N, при котором целевая функция принимает наибольшее (наименьшее) свое значение (формула 4).

$$F = \sum_{n=1}^{N} f_n(S_{n-1}, U_n) \to extremum \quad (4)$$

Здесь U_n – одно из множества допустимых управлений, переводящее систему в одно из состояний множества S_n.

В основе решения задач методом динамического программирования положен Принцип оптимальности Беллмана, названный по имени своего создателя – Ричарда Беллмана, одного из выдающихся американских математиков двадцатого века. Сам принцип: каким бы ни было состояние системы в результате определенного числа шагов, на ближайшем шаге необходимо выбирать управление так, чтобы оно в совокупности с оптимальным управлением на последующих шагах приводило к оптимальному выигрышу на всех оставшихся шагах, включая данный [4].

Следуя вышеуказанным обозначениям, запишем Принцип оптимальности в математической форме – на формуле 5 представим функциональное уравнение динамического программирования:

$$F_n(S_{n-1}, U_n) = extremum\{f_n(S_{n-1}, U_n) + F_{n+1}(S_n, U_{n+1})\} \quad (5)$$

Непосредственные вычисления разбиваются на этап условной оптимизации и этап безусловной. Первый завершается определением оптимальных уравнений для всех возможных состояний на каждом шаге, второй – строит цепь взаимосвязанных решений.

Теперь же поговорим о третьем методе – методе перебора, оправданного в данной задаче, когда решение производится в целых числах и затрагивает малые диапазоны значений переменных (например, при рассмотрении трех переменных, принимающих шесть возможных значений, речь идет о переборе 216 комбинаций переменных, а при наложении на них ограничений это число еще уменьшится).

При задействовании метода перебора иногда целесообразно совершить перевод в какую-либо систему счисления (для вышеприведенного примера – очевидно, в шестеричную), так разряды смогут представить значения задействованных переменных.

Сравнивая методы динамического программирования и метод перебора, преимущество отдадим именно первым методам ввиду эффективности и высокой скорости нахождения оптимума. С увеличением количества переменных метод перебора затребует рассмотрения куда большего числа комбинаций, чем оптимизированный метод динамического программирования.

Увидев преимущества методов динамического программирования, остановимся на нем. Проведем для него упрощенную постановку задачи распределения инвестиций: необходимо распределить капитальные вложения

(S денежных единиц) между объектами n (предприятиями и другими хозяйствующими субъектами), для каждого из которых известна ожидаемая прибыль $f(x)$ при вложении определенной суммы, для получения максимально возможной прибыли.

При такой постановке задачи необходимо опираться на «аксиомы»:

- Суммарную прибыль примем за сумму прибылей от каждого инвестиционного проекта.
- Прибыль от каждого проекта выразим в одних условных единицах.
- Прибыль от каждого проекта не должна зависеть от капиталовложений в другие предприятия.

Упрощения модели до такой степени приводят к тому, что в решении не будут учитываться уровни риска проектов, а также приоритетность проектов по стратегическим соображениям.

Литература:

1. Курносов М.Г. Вычислительные методы, алгоритмы и аппаратурно-программный инструментарий параллельного моделирования природных процессов; отв. ред. В.Г. Хорошевский ; Рос. акад. наук, Сиб. отд-ние, Ин-т физики полупроводников им. А.В. Ржанова [и др.] – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2012. – 355 с.

2. Гаджиев А.А. Задача оптимального распределения ресурсов и два подхода к её решению / А.А. Гаджиев, О.Ш. Сулейманова // Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. – 2010. – № 16.

3. Кремер Н.Ш. Исследование операций в экономике. – 4-е изд., перераб. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2020. – 414 с.

4. Колодная Е.М. Математическое программирование: руководство по решению задач для студентов всех специальностей. В двух частях, часть 2. – Мн.: УО ВГКС, 2013. – 96 с.