УДК 372.851

Акчурина Диана Альбертовна,
студент, Стерлитамакский филиал
Башкирского государственного университета,
РФ, г. Стерлитамак
Воистинова Гюзель Хамитовна,
доц., канд. пед. наук,
Стерлитамакский филиал
Башкирского государственного университета,
РФ, г. Стерлитамак

МЕТОДИЧЕСКИЕ ПРИЕМЫ ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Аннотация: *Важную роль в школьном курсе математики занимает содержательно- методический анализ и исследование изучения уравнений и неравенств. В данной статье в контексте образования математических подходов особое внимание уделено методическим приемам обучения школьников решению иррациональных уравнений.*

Ключевые слова: *иррациональные уравнения, упражнения, методы решения.*

Abstract: *Mathematical mathematics takes a substantial methodological analysis and study of equations and inequalities. Particular attention is paid to the methodology of teaching schoolchildren to solve irrational equations.*

Key words: *irrational equations, exercises, solution methods.*

Одной из значимых задач при изучении математики в средней школе является освоение учащимися методов решения иррациональных уравнений. Иррациональные уравнения являются одной из составляющих частей школьного курса алгебры и содержатся в заданиях ЕГЭ по математике.

Трудности при изучении данной темы связаны с тем, что отсутствует четкий алгоритм решения такого вида уравнений. Помимо этого, при решении уравнений данного типа выполняются преобразования, приводящие к уравнениям, не равносильным данным, из-за чего возникают ошибки, которые обычно связаны с потерей корней или приобретением посторонних корней в ходе решения.

Исходя из анализа школьных учебников по алгебре и началам анализа, можно сделать следующие выводы:

– В учебнике Ш.А. Алимова [1] не указаны методы решения иррациональных уравнений.

– В учебниках А.Н. Колмогорова [2] рассматривается теоретический материал, посвященный решению иррациональных уравнений, однако нет четких алгоритмов их решения.

– В каждом учебнике рассматриваются основные способы решения: сведение иррациональных уравнений к системе уравнений и неравенств с помощью равносильных переходов, а также возведение обеих частей уравнения в квадрат, далее подстановка полученных корней в исходное уравнение для проверки.

– Наибольший объем упражнений для решения иррациональных уравнений содержится в задачниках А.Г. Мордковича [3] и М.Л. Галицкого [4].

В них рассматриваются иррациональные уравнения вида:

$\sqrt{f(x)} = g(x)$ и $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$

Задача 1. Решить уравнение $\sqrt{7+5x} - \sqrt{5+4x} = \sqrt{x+2}$.

Решение (первый способ). Применяя метод равносильных преобразований, получаем:

$$\begin{cases} 7+5x \geq 5+4x \\ 5+4x \geq 0 \\ 7+5x-2\sqrt{7+5x}\,\sqrt{5+4x} = x+2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x \geq -1{,}25 \\ \sqrt{7+5x}\,\sqrt{5+4x} = \sqrt{(5+4x)^2}, \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} x \geq -1{,}25 \\ \sqrt{7+5x} = \sqrt{5+4x}, \sqrt{5+4x} = 0 \end{cases}$$

Далее получаем: x = -1,25.

Применяя метод равносильных преобразований, получится тот же самый результат: x = -1,25

Второй способ. Приведем уравнение к виду

$$\begin{cases} 7+5x \geq 0, \\ 5+4x \geq 0, \\ x+2 \geq 0, \\ 7+5x = 5+4x+2\sqrt{5+4x}\sqrt{x+2}+x+2 \end{cases}$$

Далее имеем тот же самый результат: x = -1,25.

Сравнивая приведенные способы решения, замечаем, что во втором случае уравнение в равносильной системе получилось значительно проще уже на втором шаге решения. Рассмотрение разных подходов к решению одного и того же уравнения позволит школьникам глубже проникнуть в программный материал, и это, на наш взгляд, приведет к повышению мотивации их обучения и активизации самостоятельной работы. Следует заметить, что при использовании метода равносильных преобразований нет необходимости выполнять проверку решения подстановкой найденного значения переменной в исходное уравнение. Достаточно убедиться в правильности вычислений и равносильности каждого шага преобразований.

Решение иррациональных уравнений методом замены переменных, как правило, уже на первом шаге приводит к рациональному уравнению. Однако в результате дальнейших действий получается одно или несколько более простых иррациональных соотношений, решаемых способом, который был указан выше.

Задача 2. Решить уравнения $2x^2+3x-5\sqrt{2x^2+3x+9}+3=0$.

Решение. В данном соотношении легко заметить одинаковое выражение $2x^2+3$ как под знаком радикала, так и вне его. Если указанную функцию обозначить за новую переменную, то это, конечно, приведет к некоторому упрощению уравнения. Если ученик заметит соотношение, то данное уравнение можно преобразовать к виду:

$$2x^2 + 3x + 9 - 5\sqrt{2x^2 + 3x + 9} - 6 = 0$$

Тогда подстановка $t = \sqrt{2x^2 + 3x + 9}$ приведёт к рациональному уравнению $t^2 - 5t - 6 = 0$ с корнями -1 и 6. Затем получим совокупность равенств $\sqrt{2x^2 + 3x + 9} = -1$ и $\sqrt{2x^2 + 3x + 9 = 6}$, первое из которых решений не имеет, а для второго равносильными преобразованиями получаем x=-4,5 и x=3

Заметим, что на вводимую переменную t здесь нет необходимости накладывать условие неотрицательности, поскольку оно проявится в дальнейшем само по смыслу решения одного из уравнений получившейся совокупности. Во многих случаях для решения уравнения нужно ввести не одну, а несколько новых переменных.

Используя метод разложения на множители в решении иррациональных уравнений, следует учитывать одну очень важную техническую и методическую особенность – обязательное нахождение области существования уравнения.

Рассматривая разные подходы решения одного и того же уравнения, школьники глубже вникнут в программный материал, и это, по нашему мнению, приведет к повышенной мотивации их обучения и активизации самостоятельной работы.

Список литературы:

1. Алимов Ш.А. Учебник Алгебра 10-11 класс/ Ш.А. Алимов, [и др.]. – 18-е изд. – М.: Просвещение, 2012. – 464 с.
2. Галицкий М.Л. Сборник задач по алгебре: Учеб. пособие для 10 кл. с углубл. изучением математики / М.Л. Галицкий, А.М. Гольдман, Л.И. Звавич. – 7-е изд. – М.: Просвещение, 2001. – 271 с.
3. Колмогоров А.Н. Учебник Алгебра 10-11 класс/ А.Н. Колмогоров, А.М. Абрамов. – М.: Просвещение, 2008 – 387 с.

4. Мордкович А.Г. Алгебра 8 класс: Учебник. – 12-е изд. – М.: Просвещение, 2010. – 215 с.