

*Георгиев Н.С.,  
студент факультета экономики, менеджмента и торговли  
2 курс, направление «Менеджмент»  
Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГБОУВО  
«Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова»  
Краснодарский филиал РЭУ им. Г.В. Плеханова*

*Юрченко А.Д.,  
студент факультета экономики, менеджмента и торговли  
2 курс, направление «Менеджмент»  
Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГБОУВО  
«Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова»  
Краснодарский филиал РЭУ им. Г.В. Плеханова*

## **ПРОВЕРКА АВТОКОРРЕЛЯЦИИ В ОСТАТКАХ КРИТЕРИЕМ ДАРБИНА-УОТСОНА**

***Аннотация:** в статье рассматривается алгоритм использования критерия Дарбина-Уотсона для автокорреляции в остатках*

***Ключевые слова:** эконометрия, критерий Дарбина-Уотсона, анализ временных рядов, оценка автокорреляции.*

***Annotation:** The article considers an algorithm for using the Durbin-Watson criterion for autocorrelation in residuals.*

***Key words:** econometrics, Durbin-Watson criterion, time series analysis, autocorrelation estimation.*

Критерий Дарбина-Уотсона широко применяется в эконометрике, когда необходимо проверить отсутствие автокорреляции. Сам тест не является достоверным и самым эффективным. Скорее его предназначение заключается в установке факта присутствия в ряду ошибки автокорреляционной зависимости первого порядка. Поэтому его часто применяют при анализе временных рядов и остатков регрессионных моделей для получения быстрого результата проверки.

Существует несколько причин появления автокорреляции в остатках.

1. Она может быть связана с исходными данными и вызвана наличием ошибок измерения в значениях результативного признака.

2. В ряде случаев автокорреляция может быть следствием неправильной спецификации модели. Модель может не включать фактор, который оказывает существенное воздействие на результат и влияние которого отражается в остатках, вследствие чего последние могут оказаться автокоррелированными.

Нередко этим фактором выступает фактор времени –  $t$ . Важно уметь отличать от истинной автокорреляции те случаи, в которых причиной автокорреляции выступает неправильная спецификация функциональной формы модели. В такой ситуации правильнее всего подкорректировать форму модели, нежели применить специальные методы расчета параметров уравнения регрессии при наличии автокорреляции в остатках.

Моделирование временного ряда с наблюдаемыми значениями  $y_i$  имеет следующий вид:

$$y_i = y(t_i) + g(t_i) + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n$$

В данном случае  $y(t_i)$  – тренд или основная зависимость;  $g(t_i)$  – гармоническая составляющая;  $\varepsilon_i$  – остаток разложения в  $i$ -й точке;  $n$  – число наблюдений.

Критерий Дарбина-Уотсона применим только для оценки автокорреляции первого рода  $\varepsilon_i = \rho * \varepsilon_{i-1} + \varepsilon_i$  в остатках выполненного разложения наблюдаемых данных после выделения тренда и, если это делается, то и после

выделения сезонной компоненты. В результате проведения испытаний можно будет выявить характер получаемых остатков: закономерный или случайный.

Анализируя опыт применения критерия, можно выявить, что он недостаточно эффективен при проведении небольшого числа испытаний, соответствующих малым выборкам из числа наблюдений  $n < 15 - 20$ . Исходя из этого, можно сделать вывод, что чем больше число наблюдений, тем достовернее выводы, получаемые на основе применения критерия Дарбина-Уотсона.

Статистика Дарбина-Уотсона входит в одноимённый критерий и вычисляется следующим образом:

$$d = \frac{\sum_{i=2}^n (\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1})}{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}$$

На практике анализ с применением критерия Дарбина-Уотсона сводится к использованию таблиц критических значений. В наше время существуют различные таблицы, отличающиеся друг от друга числом наблюдений. Таблица 1, в силу наличия в ней наиболее часто встречающихся чисел наблюдений, получила широкое распространение в пособиях, справочниках по эконометрике.

Важно отметить, что в таких таблицах показываются не точные критические значения, а границы критерия  $d$  для всех возможных значений объясняемых переменных при заданном числе наблюдений:

$d_u$  - верхняя граница критического значения  $d$ ;

$d_L$  - нижняя граница  $d_{кр}$ .

Эти значения приводятся в таблицах в зависимости от числа объясняющих переменных и уровня значимости расхождений

$$d_u = d_u(k, \alpha, n), d_L = d_L(k, \alpha, n)$$

где  $k$  – число переменных,  $\alpha$  – уровень значимости,  $n$  – число наблюдений.

Условие отсутствия автокорреляции остатков для выбранного уровня значимости  $\alpha$  соответствует совместному выполнению неравенств:

$$d_U(k, \alpha) \leq d \leq 4 - d_U(k, \alpha).$$

Число наблюдений, n	Аппроксимирующие выражения
6–14	$d_U = 4,2832E-05n^4 - 2,2276E-03n^3 + 4,3910E-02n^2 - 0,37928n + 2,5206$ $d_L = -6,7890E-05n^4 + 2,9589E-03n^3 - 5,0065E-02n^2 + 0,43548n - 0,75059$
15–39	$d_U = 8,9466E-08n^4 - 8,4450E-06n^3 + 1,5139E-04n^2 + 1,0555E-02n + 1,1922$ $d_L = -3,7382E-07n^4 + 5,3166E-05n^3 - 3,0315E-03n^2 + 8,9908E-02n + 0,25030$
40–89	$d_U = 3,1546E-07n^3 - 8,9534E-05n^2 + 1,0142E-02n + 1,2618$ $d_L = 6,7444E-07n^3 - 1,7716E-04n^2 + 1,7925E-02n + 0,96544$
90–200	$d_U = -4,4724E-06n^2 + 2,1979E-03n + 1,5182$ $d_L = -5,9608E-06n^2 + 2,8367E-03n + 1,4290$
201–1000	$d_U = -4,8494E-13n^4 + 1,4666E-09n^3 - 1,7079E-06n^2 + 9,8487E-04n + 1,6392$ $d_L = -3,6859E-12n^4 + 5,3175E-09n^3 - 3,9501E-06n^2 + 1,6360E-03n + 1,5523$

Таблица 1 – Критические значения для различного числа наблюдений

Для применения критерия Дарбина-Уотсона есть несколько ограничений.

1. Методика применения и анализа критерия Дарбина-Уотсона может быть использована только для выявления автокорреляции остатков первого порядка.

2. Критерий невозможно применить к моделям, включающим в качестве независимых переменных лаговые значения результативного признака.

3. Для достоверных результатов при анализе необходима большая выборка.

Критерий Дарбина-Уотсона иногда также используют для выявления наличия коинтеграции между парой временных рядов. В этом случае идет проверка полученных критических значений методом Монте-Карло.

### Список литературы:

1. Демиденко Е.З. Линейная и нелинейная регрессия. М.: Финансы и статистика, 1981. 303 с.
2. Deming W.E. Statistical adjustment of data. New York, Dover Publications, 2011. 288 p.
3. Тимофеев В.С., Щеколдин В.Ю., Тимофеева А.Ю. Идентификация зависимостей признаков стохастической природы на основе регрессии Деминга // Информатика и ее применения. 2013. Т. 7. Вып. 2. С. 60–68.
4. Shaoji Xu. A Property of Geometric Mean Regression. The American Statistician, 2014. Vol. 68. Iss. 4. P. 277–281.
5. Besalu E., de Julian-Ortiz J., Pogliani L. Ordinary and orthogonal regressions in QSAR/QSPR and chemistry-related studies. Match-Communications in Mathematical and in Computer Chemistry, 2010. No. 63. P. 573–583.
6. Kallner A. Comprehensive method comparisons: getting more from the data. Accreditation and Quality Assurance, 2014. Vol. 19. Iss. 6. P. 451–457.
7. Базилевский М.П. Аналитические зависимости между коэффициентами детерминации и соотношением дисперсий ошибок исследуемых признаков в модели регрессии Деминга // Математическое моделирование и численные методы. 2016. № 2 (10). С. 104–116.