

*Атласова А.В., магистрант*

*Института математики и информатики*

*Северо-Восточного Федерального Университета*

*Россия, г. Якутск*

*Научный руководитель: Бубякин Игорь Витальевич,*

*кандидат физико-математических наук, доцент*

*Института математики и информатики*

*Северо-Восточного Федерального Университета*

*Россия, г. Якутск*

**О ФОРМИРОВАНИИ БАЗИСНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ УЧАЩИХСЯ  
ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ «ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА  
ТРЕУГОЛЬНИКОВ»**

*Аннотация:* В статье рассматривается процесс формирования базисных компетенций учащихся 7 класса при изучении темы «Признаки равенства треугольников» с использованием метода опорных задач. Показано существование зависимости между успешностью учащихся по геометрии и применения метода опорных задач при решении геометрических задач.

*Ключевые слова:* признаки равенства треугольников, решение геометрических задач, метод опорных задач.

*Annotation:* The article discusses the process of forming the basic competencies of 7th grade students when studying the topic "Signs of the equality of triangles" using the method of support tasks. The existence of a relationship between the success of students in geometry and the use of the method of support tasks in solving geometric tasks is shown.

*Key words:* signs of equality of triangles, solution of geometric tasks, method of support tasks.

Задачи в формировании базисных компетенций учащихся 7-го класса общеобразовательной школы занимают важное место: это и цель, и средство обучения. Умение решать задачи - показатель обученности и развития учащихся. Научиться решать математические задачи очень важно, т. к., зная подходы к решению математических задач, учащиеся тем самым обучаются взаимодействию с любой задачей, которых достаточно много в других школьных предметах и в жизни вообще. Тем самым формируется жизненная позиция ученика как активной, самостоятельной личности.

Сформулируем базисные компетенции, которые формируются при изучении равенства треугольников:

БКП-2.1 – первая базисная компетенция равенства треугольников - «Первый признак равенства треугольников».

Структуру БКП-2.1 построим на основе:

Структура этой компетенции по равенству треугольников состоит из следующих базисных понятий: треугольник, виды треугольников, равные треугольники, первый признак равенства треугольников, монотонно-возрастающая зависимость сторон от углов треугольника, соотношение сторон и углов в треугольнике, соответствующие стороны и углы треугольника, условия существования треугольника, теорема о сумме углов треугольника. Чтобы быть компетентным по БКП-2.1 обучающийся должен:

*Знать* определения и свойства всех понятий, указанных в структуре первой базисной компетенции.

*Уметь:* Применять базисные понятия БКП-2.1 при решении геометрических задач, решение которых основывается на равенстве двух треугольников по первому признаку.

*Владеть:* методикой решения задач, основанной на использовании опорных задач, решение которых основывается на признаках равенства треугольников.

БКП-2.2 – вторая базисная компетенция равенства треугольников -

«Второй признак равенства треугольников».

Структуру БКП-2.2 построим на основе:

Структура этой компетенции по геометрии треугольника состоит из следующих базисных понятий: треугольник, виды треугольников, равные треугольники, второй признак равенства треугольников, зависимость сторон и углов треугольника, соотношение сторон и углов в треугольнике, соответствующие стороны и углы треугольника, условия существования треугольника, теорема о сумме углов треугольника, высота, медиана, биссектриса треугольника. Чтобы быть компетентным по БКП-2.2 обучающийся должен:

*Знать* определения и свойства всех понятий, указанных в структуре второй базисной компетенции.

*Уметь*: Применять базисные понятия БКП-2.2 при решении геометрических задач, решение которых основывается на равенстве двух треугольников по второму признаку.

*Владеть*: методикой решения задач, основанной на использовании опорных задач, решение которых основывается на признаках равенства треугольников.

БКП-2.3 – третья базисная компетенция равенства треугольников - «Третий признак равенства треугольников».

Структуру БКП-2.3 построим на основе:

Структура этой компетенции по геометрии треугольника состоит из следующих базисных понятий: треугольник, виды треугольников, равные треугольники, третий признак равенства треугольников зависимость сторон и углов треугольника, соответствующие стороны и углы треугольника, условия существования треугольника, теорема о сумме углов треугольника. Чтобы быть компетентным по БКП-2.3 обучающийся должен:

*Знать* определения и свойства всех понятий, указанных в структуре третьей базисной компетенции.

*Уметь:* Применять базисные понятия БКП-2.3 при решении геометрических задач, решение которых основывается на равенстве двух треугольников по третьему признаку.

*Владеть:* методикой решения задач, основанной на использовании опорных задач, решение которых основывается на признаках равенства треугольников.

БКП-2.4 – четвертая базисная компетенция равенства треугольников - «Признаки равенства прямоугольных треугольников».

Структуру БКП-2.4 построим на основе:

Структура этой компетенции по геометрии треугольника состоит из следующих базисных понятий: прямоугольный треугольник, равные треугольники, признаки равенства прямоугольных треугольников, катеты, гипотенуза, прилежащий и противолежащий углы, теорема о сумме острых углов прямоугольного треугольника. Чтобы быть компетентным по БКП-2.4 обучающийся должен:

*Знать* определения и свойства всех понятий, указанных в структуре четвертой базисной компетенции.

*Уметь:* Применять базисные понятия БКП-2.4 при решении геометрических задач, решение которых основывается на признаках равенства прямоугольных треугольников.

*Владеть:* методикой решения задач, основанной на использовании опорных задач, решение которых основывается на признаках равенства треугольников.

Формировать компетентность по базисной компетенции будем на основе второго этапа технологии А.Ж. Жафярова [2, с.15] о внедрении компетентного подхода в учебный процесс.

Согласно технологии А.Ж. Жафярова, для формирования компетентности изучаются основные теоретические сведения, рассматриваются примеры задач научно-исследовательской работы и

решаются задачи по всем её компетенциям.

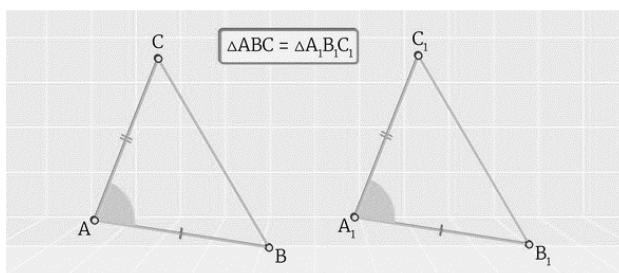
Рассмотрим основные теоретические сведения, примеры задач научно-исследовательской работы и задачи на примере темы: «Второй признак равенства треугольников».

### **Этап 1. Основные теоретические сведения по теме**

Второй признак равенства треугольников: Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.

### **Этап 2. Научно-исследовательская работа по теме: “Второй признак равенства треугольников»**

НИР-1. Теорема: Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.



**Рисунок 1. Второй признак равенства треугольников**

Дано:

$\triangle ABC, \triangle A_1B_1C_1,$

$AC = A_1C_1,$

$\angle A = \angle A_1$

$\angle C = \angle C_1$

Доказать:  $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1.$

Доказательство

1. Наложим треугольник  $\triangle ABC$  на  $\triangle A_1B_1C_1$ , так чтобы вершина  $A$  совместилась с вершиной  $A_1$ , вершины  $B$  и  $B_1$  лежали по одну сторону от  $A_1C_1$ .

Так как  $\angle A = \angle A_1$ ,  $\angle C = \angle C_1$ , то АВ наложится на луч  $A_1B_1$ , ВС наложится на луч  $B_1C_1$  (по аксиоме откладывания угла).

1. Вершина В – с вершиной  $B_1$  (по аксиоме откладывания отрезка).
2. Стороны треугольников ВС и  $B_1C_1$ , АВ и  $A_1B_1$ совместятся (по аксиоме откладывания отрезка).
3. Треугольник ABC и треугольник  $A_1B_1C_1$  полностью совместится  $\rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

Теорема доказана.

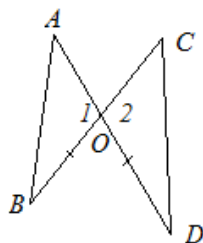
НИР-2. Теорема: Если в треугольнике один из углов прямой или тупой, то два других его угла – острые. Это следствие позволяет классифицировать треугольники (по углам) на остроугольные, прямоугольные и тупоугольные.

**Этап 3. Решение задач по теме: “Второй признак равенства треугольников”**

**Задача 1:** По данным рисунка докажите, что  $AO = OC$ ,  $AB = CD$ ,  $\angle A = \angle C$ .

Дано:  $BO = OD$ ,  $\angle B = \angle D$ .

Доказать:  $AO = OC$ ,  $AB = CD$ ,  $\angle A = \angle C$ .



**Рисунок 2. Чертеж к задаче 1**

**Доказательство:**

$$\left\{ \begin{array}{l} BO = OD \text{ (по условию)} \\ \angle 1 = \angle 2 \text{ (как вертикальные)} \Leftrightarrow \triangle BOA = \triangle DOC \text{ по 2-му признаку.} \\ \angle B = \angle D \text{ (по условию)} \end{array} \right.$$

Из равенства треугольников следует равенство их соответствующих элементов, а именно, что  $AO = OC$ ,  $AB = CD$ ,  $\angle A = \angle C$ .

**Что и требовалось доказать.**

**Задача 2:** По данным рисунка докажите, что  $BO = OD$ ,  $AB = CD$ ,  $\angle B = \angle D$ .

Дано:  $AO = OC$ ,  $\angle A = \angle C$ .

Доказать:  $BO = OD$ ,  $AB = CD$ ,  $\angle B = \angle D$ .

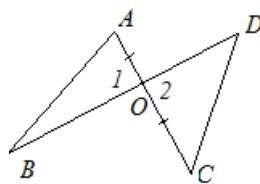


Рисунок 3. Чертеж к задаче 2

**Доказательство:**

$$\begin{cases} AO = OC \text{ (по условию)} \\ \angle 1 = \angle 2 \text{ (как вертикальные)} \Leftrightarrow \triangle AOB = \triangle COD \text{ по второму признаку} \\ \angle A = \angle C \text{ (по условию)} \end{cases}$$

Из равенства треугольников следует равенство их соответствующих элементов, а именно, что  $BO = OD$ ,  $AB = CD$ ,  $\angle B = \angle D$ .

**Что и требовалось доказать.**

**Задача 3:** По данным рисунка найдите  $CD$ ,  $AD$ ,  $\angle C$ .

Дано  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 = \angle 4$ ,  $\angle A = 60^\circ$ ,  $AB = 6$  см,  $BC = 4$  см.

Найти:  $CD$ ,  $AD$ ,  $\angle C$ .

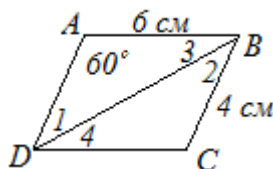


Рисунок 4. Чертеж к задаче 3

**Доказательство:**

$$\begin{cases} BO = OD \text{ (по условию)} \\ \angle 1 = \angle 2 \text{ (как вертикальные)} \Leftrightarrow \triangle DBA = \triangle DBC \text{ по 2-му признаку.} \\ \angle B = \angle D \text{ (по условию)} \end{cases}$$

Из равенства треугольников следует равенство их соответствующих элементов, а именно, что  $DC = AB = 6$ ,  $AD = BC = 4$ ,  $\angle C = \angle A = 60^\circ$ .

Ответ:  $CD = 6$  см,  $AD = 4$  см,  $\angle C = 60^\circ$ .

Мы, в свою очередь, ведем речь об использовании методического приема из технологии Шаталова для решения геометрических задач при изучении темы «Признаки равенства треугольников», называемого методом

опорных задач. Известно, что задача может служить не только целью, но и средством обучения. Учиться решать задачи с помощью опорных (ключевых, базисных) – древняя идея. Опорные задачи - это множество задач, специфические методы решения которых можно использовать при решении целого класса похожих задач [5, с.45].

Опытно-экспериментальная работа проводилась на базе Муниципального общеобразовательного бюджетного учреждения “Средняя общеобразовательная школа №33 им. Л. А. Колосовой” (с углубленным изучением отдельных предметов) городского округа “город Якутск”.

Для осуществления опытно-экспериментальной работы класс (в количестве 27 человек) был разделен на две группы учащихся примерно с одинаковым уровнем математической подготовки. Работа проводилась на уроках геометрии и во время занятий по внеурочной деятельности в 7 классе.

На *первом поисковом этапе* были определены основные теоретические сведения, примерные задачи для научно-исследовательской работы учащихся и задачи по теме «Признаки равенства треугольников» на основе анализа учебной литературы. На *констатирующем этапе* был проведен анализ определяющий уровень компетентности учащихся по теме «Признаки равенства треугольников». В экспериментальном классе геометрия изучается по учебнику геометрии Погорелова А.В. для 7-9 классов (2-е изд. –М.: Просвещение, 2014 – 240 с.). Анализ показал, что уровень успеваемости, познавательный интерес учащихся, а также сформированность указанных выше компетенций можно еще повысить, результаты анализа приведены в таблице 1.

После проведенного анализа, на уроках геометрии были предложены задачи, способствующие развитию компетенций: «Первый признак равенства треугольников», «Второй признак равенства треугольников», «Третий признак равенства треугольников», «Признаки равенства прямоугольных треугольников». На формирующем этапе были проведены занятия, по



формированию и развитию указанных компетентностей.

Проведение формирующего этапа опытно – экспериментальной работы в экспериментальной группе осуществлялось на уроках геометрии и во время факультативных занятий с использованием комплекса геометрических задач для формирования базисных компетенций учащихся 7 класса, основное внимание среди которых отводилось теме **«Признаки равенства треугольников»** среди учащихся экспериментальной группы.

На *формирующем этапе* учащимся 7 класса была предложена методика опорных задач. Некоторые предложенные задачи были решены отдельными учащимися без всяких подсказок. Предложенные задачи решались как повторение уже изученного соответствующего материала по теме исследования. Указанные подсказки вызвали живой интерес к решению задач, и очевидно повысилась активность учащихся на уроках геометрии.

На *контролирующем этапе* с целью проверки эффективности проведенных занятий, была проведена диагностическая контрольная работа №2, по результатам которой выяснили, что активизация учащихся способствовала формированию рассматриваемой компетентности «Признаки равенства треугольников».

Возникает вопрос – связано ли применение метода опорных задач при решении геометрических задач с успешными результатами диагностических работ по геометрии.

Покажем это на основе метода статистического анализа - критерия t-Стьюдента (Госсета) в случае связанных выборок.

С этой целью представим экспериментальные данные в следующем виде:

*Таблица 1*

**Таблица для расчета критерия t-Стьюдента**

I (учащиеся)	$y_i$ (дкр2)	$x_i$ (дкр1)	$d(x_i - y_i)$	$d^2(x_i - y_i)^2$
1	6	6	0	0
2	6	8	2	4
3	8	6	2	4
4	6	7	1	1
5	8	7	1	1
6	9	9	0	0
7	5	7	2	4
8	5	5	0	0
9	5	5	0	0
10	7	9	2	4
11	7	8	1	1
12	5	5	0	0
13	5	7	2	4
14	9	10	1	1
15	8	10	1	1
16	8	8	0	0
17	7	6	1	1
18	3	5	2	4
19	5	5	0	0
20	5	7	2	4
21	3	4	1	1
22	3	4	1	1
23	7	8	1	1
24	8	9	1	1
25	6	8	2	4
26	8	6	2	4
27	4	6	2	4
28	10	10	0	0
$\Sigma$	176	195	18	50

В начале вычислим величину  $\bar{d}$  по формуле:

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{28} (x_i - y_i)}{n} \quad (1),$$

где  $x_i$  – результаты первой диагностической работы, в которой были систематизированы задачи на основе базисных компетенций по теме «Признаки равенства треугольников»,  $y_i$  - результаты второй диагностической работы, решение задач в которой выполнялось с

применением метода опорных задач,  $n$  – число учащихся,  $d_i = (x_i - y_i)$  – разности между соответствующими значениями переменных  $x$  и  $y$ ,  $\bar{d}$  – среднее этих разностей.

На основании формулы (1) и таблицы получим:

$$\bar{d} = 18/28 = 0,64 \quad (2)$$

Далее вычислим величину  $Sd$ , которая определяется следующим образом:

$$Sd = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n d_i^2 - \frac{(\sum d_i)^2}{n}}{n(n-1)}} \quad (3)$$

Ввиду данной таблицы имеем:

$$Sd = \sqrt{\frac{50 - \frac{18 \cdot (18)}{28}}{28(28-1)}} \approx 0,05 \quad (4)$$

Теперь найдем значение  $t$  эмп по следующей формуле:

$$t \text{ эмп} = \bar{d} / Sd \quad (5)$$

В нашем случае получаем:  $t \text{ эмп} = 0,64/0,05 = 12,8$  (6)

Число степеней свободы  $k$  определяется как:

$$k = n-1 \quad (7)$$

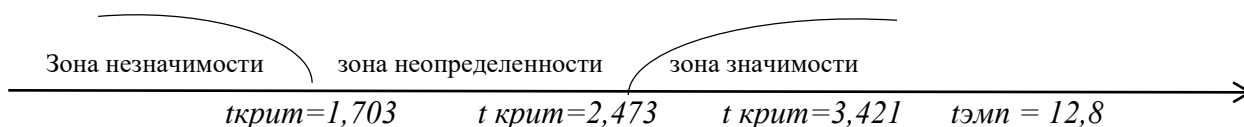
или

$$k = 28-1 = 27 \quad (8)$$

По таблице критических точек распределения Стьюдента найдем величину  $t$  крит:

$$t \text{ крит} = \begin{cases} 1,703 \text{ при } p \leq 0,05 \\ 2,473 \text{ при } p \leq 0,01 \\ 3,421 \text{ при } p \leq 0,001 \end{cases} \quad (9)$$

Построим ось значимости:



Анализ оси значимости показывает, что полученная величина  $t_{эмп}$ , попадает в зону значимости. Следовательно, можно утверждать, что зафиксированные в эксперименте изменения неслучайны и значимы на 1% уровне. Таким образом, применение системы задач, в основе градации которых лежат базисные компетенции по теме «Признаки равенства треугольников» способствуют повышению интереса к геометрии и улучшению навыков решения задач по изученной теме.

#### **Использованные источники:**

1. Гордин, Р.К. Математика. Задачи. Геометрия. Планиметрия / Р.К. Гордин, А.Л. Семёнова, И.В. Яценко. – М.: МЦНМО, 2016. – 176 с.
2. Жафяров А.Ж. Изучение планиметрии на основе компетентностного подхода: [практико-ориентированная монография] / А.Ж. Жафяров, Е.С. Никитина; Новосибирский гос. пед. ун-т, Северо-Восточный федер. ун-т. - Новосибирск: НГПУ, 2019. - 162 с.
3. Шаталов В.Ф. Точка опоры. – М.: Педагогика, 1987. – 160 с.