УДК. 51. 3054

Сивцева М.В.,
Магистрант
Институт Информатики и Математики
Северо-Восточный Федеральный Университет
Россия, г. Якутск
Бубякин Игорь Витальевич,
кандидат физико-математических наук, доцент
Института Математики и Информатики
Северо-Восточный Федеральный Университет
Россия, г. Якутск

ОБ ОДНОМ ЭВРИСТИЧЕСКОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ГЕОМЕТРИИ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА

Аннотация: *В работе показывается, что применение эвристических методов поиска решения задачи по геометрии способствует повышению интереса у школьников к изучению геометрии.*

Ключевые слова: *Эвристический метод, решение геометрической задачи, коэффициент корреляции Пирсона.*

Annotation: *In work is shown that application of heuristic methods of searching of the solution of a task in geometry promotes increase in interest at school students in studying of geometry.*

Keywords: *Heuristic method, solution of a geometrical task, coefficient of correlation of Pearson.*

Достаточно большое количество математиков занимались поиском общих эвристических методов решения математических задач. Разработкой таких методов занимались Папп Александрийский (2-ая пол III в), французский математик, философ и физиолог Рене Декарт (1596-1650) немецкий математик физик, изобретатель, юрист, историк, языковед Вильгельм Лейбниц (1646-1716), чешский математик, философ Бернард Больцано (1781-1848) написал подробное изложение эвристических методов. Много занимался исследованиями эвристических методов, венгерский математик Дьёрдь Пойа (1887-1985).

Для решения задач курса математики нужно иметь представление о четырех эвристических методах поиска решения задачи, а именно: метод разбиения задачи на подзадачи; метод преобразования задачи; метод моделирования; метод введения вспомогательных элементов [1].

Рассмотрим один из эвристических методов решения математических задач на примере решения задач по геометрии четырехугольника. Для решения геометрической задачи учащемуся необходимо найти способ ее решения. Чтобы направить его поиск в нужном направлении, и имеются указанные выше четыре эвристических метода – метода решения геометрических задач.

Рассмотрим первый эвристический метод – метод разбиения задачи на подзадачи. Этот метод состоит в том, что геометрическую задачу разбивают на несколько (две-три) более простых подзадач, по возможности стандартных (алгоритмических) или ранее решенных, при последовательном решении которых будет решена и данная геометрическая задача.

При решении задач по геометрии четырехугольника эвристический метод разбиения задачи на подзадачи мы представим в виде указаний, где приводятся различные свойства геометрических фигур, связанных с четырехугольником.

Одним из самых важных формирований и умений решать геометрические задачи на плоскости является интерес к геометрии, которым может возникнуть у учащегося лишь тогда, когда задачи “получаются”, при этом именно в геометрии на плоскости знание теоретического материала, еще не гарантирует успех в решении рассматриваемых задач. Для того чтобы задачи решались, во-первых, нужно решать их достаточно много, и во-вторых очень важное значение при этом имеет указания учителя, которые направляют мысль учащегося к нахождению решения геометрической задачи. Кроме того, большой объем разнообразного теоретического материала становится интересным только тем, кто уже почувствовал успех удовлетворения от решения геометрических задач. Поэтому применения эвристического метода “разбиения задачи на подзадачи” в виде указаний учителя имеет очень важное значение.

Какой бы метод решения задачи не был выбран учащимся, успех в поиске решения задачи зависит в первую очередь от знания теорем, формул, и умения их применять.

Рассмотрим пример, который демонстрируют применения эвристического метода “разбиения задачи на подзадачи” геометрических задач на геометрию четырехугольника.

Пример. В трапеции ABCD с основаниями BC=3 и AD>BC проведены высоты BE и CF. BE пересекает среднюю линию MN в точке K. Известно, что MK=1, DF=2,4, BF=5. Найдите площадь трапеции ABCD.

Указание 1. Изобразить произвольную трапецию ABCD с высотами BE и CF и со средней линией MN.

Указание 2. Воспользоваться формулой нахождния площади трапеции.

Указание 3. Средняя линия трапеции и треугольника.

Указание 4. Воспользоваться теоремой Пифагора.

Решение.

Подзадача 1. Изобразить произвольную трапецию ABCD (рис. 1) с высотами BE и CF и со средней линией MN.

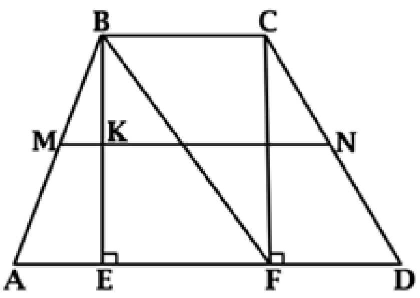


рис. 1

Подзадача 2. Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту. Так как BC||AD, то в BCFE все углы прямые, следовательно, BCFE – прямоугольник и EF=BC=3.

Подзадача 3. Средняя линия в трапеции параллельна её основаниям, тогда MK||AE. При этом, M – середина AB, значит, MK – средняя линия в треугольнике ABE. Средняя линия треугольника равна половине его основания, тогда AE=2·MK=2. AD=AE+EF+FD=2+3+2,4=7,4.

Подзадача 4. Треугольник BCF – прямоугольный. BC=3, BF=5, откуда по теореме Пифагора: $CF^2 = BF^2 - BC^2 = 25 - 9 = 16$, то есть, CF=4.

Площадь ABCD равна 0,5(3+7,4)·4=20,8.

Ответ: 20,8

Указанный выше методический подход к решению геометрических задач проходил на базе МАОУ "Национальная политехническая средняя общеобразовательная школа №2" города Якутска. В эксперименте участвовали учащиеся 9 "д" класса.

На *первом поисковом этапе* были определены основные теоретические сведения, примерные задачи для научно-исследовательской работы учащихся и задачи по теме «Геометрия четырехугольника» на основе анализа учебной литературы. Наряду с этим в курсе геометрии 9 класса подбирались задачи, которые способствовали формированию следующих компетентностей: «Паралелограмм», «Трапеция», «Прямоугольник», «Ромб», «Квадрат».

На *констатирующем этапе* был проведен анализ определяющий уровень компетентности учащихся по теме «Геометрия четырехугольника». В экспериментальном классе геометрия изучается по учебнику геометрии АтанасянЛ.С. для 7-9 классов (6-е изд. –М.: Просвещение, 2016 – 383 с.). Анализ показал, что уровень успеваемости, познавательный интерес учащихся, а также сформированность указанных выше компетенций можно еще повысить.

На *формирующем этапе* учащимся 9 «д» класса был предложен эвристический метод «разбиения задачи на подзадачи». Все предложенные задачи были взяты из составленной выше системы геометрических задач на «Геометрию четырехугольника». Некоторые предложенные задачи были решены отдельными учащимися без всяких подсказок. Предложенные задачи решались как повторение уже изученного соответствующего материала по теме

«Геометрия четырехугольника». Указанные подсказки вызвали живой интерес к решению задач, и очевидно повысилось активность учащихся на уроках геометрии.

На *контролирующем этапе* с целью проверки эффективности проведенных занятий, была проведена диагностическая контрольная работа №2, по результатам которой выяснили, что активизация учащихся способствовала формированию рассматриваемой компетентности «Геометрия четырехугольника».

На уроках геометрии при решении задач использовался эвристический метод поиска способа решения задач. В результате применения такого методического подхода, у учащихся очевидно повысился интерес к изучению геометрии. Покажем это на основе корреляционного анализа Пирсона [2].

Действительно, результаты диагностических работ по геометрии при использовании эвристического метода (переменная x) сравним с результатами работ по геометрии до использования эвристического метода (переменная y). Возникает вопрос – связана ли применение эвристического метода при решении геометрических задач с успешными результатами диагностических работ по геометрии.

Вычислим коэффициент корреляции Пирсона по формуле:

$$r_{xy} = \frac{S}{\sqrt{S_x \cdot S_y}}, \qquad (1)$$

где

$$S = \sum_{i=1}^{22}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \qquad (2)$$

$$S_x = \sum_{i=1}^{22}(x_i - \bar{x})^2 \qquad (3)$$

$$S_y = \sum_{i=1}^{22}(y_i - \bar{y})^2 \qquad (4)$$

Коэффициент r_{xy} характеризует наличие линейной зависимости между переменными x и y. Формула (1) расчета коэффициента корреляции определена таким образом, что если зависимость между величинами x и y имеет линейный характер, то коэффициент Пирсона точно устанавливает тесноту этой связи.

Поэтому он называется коэффициентом линейной корреляции Пирсона. Согласно формуле (1) необходимо подсчитать сумму каждой переменной, сумму квадратов каждой переменной и сумму последовательности произведений переменных друг на друга.

С этой целью представим экспериментальные данные в следующем виде:

Таблица 1. Таблица для вычисления коэффициента корреляции Пирсона

№	x_i	y_i	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \overline{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$
1	5	4	0,727	0,091	0,066157	0,528529	0,008281
2	5	4	0,727	0,091	0,066157	0,528529	0,008281
3	3	3	-1,273	-0,909	1,157157	1,620529	0,826281
4	5	5	0,727	1,091	0,793157	0,528529	1,190281
5	3	3	-1,273	-0,909	1,157157	1,620529	0,826281
6	5	5	0,727	1,091	0,793157	0,528529	1,190281
7	4	4	-0,273	0,091	-0,024843	0,074529	0,008281
8	4	3	-0,273	-0,909	0,248157	0,074529	0,826281
9	3	3	-1,273	-0,909	1,157157	1,620529	0,826281
10	3	3	-1,273	-0,909	1,157157	1,620529	0,826281
11	5	4	0,727	0,091	0,066157	0,528529	0,008281
12	4	4	-0,273	0,091	-0,024843	0,074529	0,008281
13	4	3	-0,273	-0,909	0,248157	0,074529	0,826281
14	5	5	0,727	1,091	0,793157	0,528529	1,190281
15	5	5	0,727	1,091	0,793157	0,528529	1,190281
16	5	5	0,727	1,091	0,793157	0,528529	1,190281
17	4	4	-0,273	0,091	-0,024843	0,074529	0,008281
18	4	3	-0,273	-0,909	0,248157	0,074529	0,826281
19	5	4	0,727	0,091	0,066157	0,528529	0,008281
20	4	4	-0,273	0,091	-0,024843	0,074529	0,008281
21	4	3	-0,273	-0,909	0,248157	0,074529	0,826281
22	5	5	0,727	1,091	0,793157	0,528529	1,190281
$\bar{x}$	4,273	3,909					
$\sum$					0,479339	0,561984	0,628009

где x_i – оценки учащихся при решении задач на геометрию четырехугольника с использованием эвристических методов, y_i – оценки учащихся при решении задач на геометрию четырехугольника до использования эвристических методов.

Найдем величины $S,\ \ S_x,\ \ S_y$:

$$S = \sum_{i=1}^{22}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 0{,}479339 \quad (5)$$

$$S_x = \sum_{i=1}^{22}(x_i - \bar{x})^2 = 0{,}561984 \quad (6)$$

$$S_y = \sum_{i=1}^{22}(y_i - \bar{y})^2 = 0{,}628009 \quad (7)$$

Для определения значения коэффициента корреляции Пирсона r_{xy} по формуле (1), на основании (5)-(7), получим:

$$r_{xy} = \frac{S}{\sqrt{S_x \cdot S_y}} = \frac{0{,}479339}{\sqrt{0{,}561984 \cdot 0{,}628009}} = \frac{0{,}479339}{0{,}594079} = 0{,}806860 \approx 0{,}81.$$

Далее определим критические значения для полученного коэффициента корреляции по таблице критических значений коэффициента корреляции Спирмена. При нахождении критических значений для вычисленного коэффициента линейной корреляции Пирсона $\left(r_{xy}\right)_{\text{эмп}}$, число степеней свободы равно:

$$k = n - 2,$$

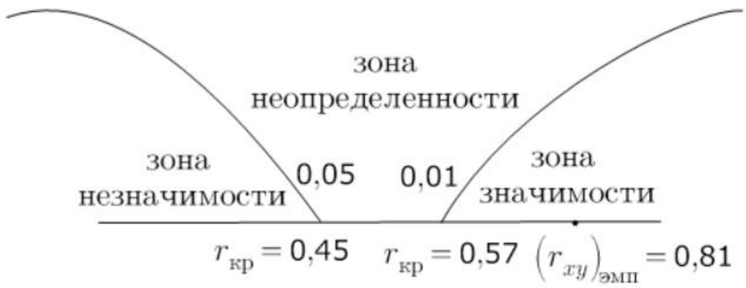
следовательно

$$k = 22 - 2 = 20.$$

Из таблицы критических значений коэффициента корреляции Спирмена находим

$$r_{\text{кр}} = \begin{cases} 0{,}45 & \text{для } p \le 0{,}05, \\ 0{,}57 & \text{для } p \le 0{,}01. \end{cases}$$

Далее построим соответствующую “ось значимости”:



Ввиду того, что величина коэффициента корреляции попала в зону значимости, делается следующий:

Вывод: Зависимость между успешностью учащихся по геометрии и применения эвристического метода решения геометрических задач *статистически значима*. Полученная линейная зависимость говорит о том, что чем больше учащиеся решают геометрические задачи, основываясь на эвристическом методе, тем выше их успеваемость.

Использованная литература:

1. Фридман Л.М. Теоретические основы методики обучения математике: учебное пособие, Изд. 3-е, КД Либроком, кол-во с.244., 2008г.

2. Майер Р.А. Теория и практика статистического анализа в психолого-педагогических и социологических исследованиях: учебное пособие/ Р.А, Майер, Н.Р. Колмакова, А.В. Ванюрин.- Красноярск: КГПУ им. В.П. Астафьева, 2005. 352 с.