УДК 355.51

Хазова А.А.,

преподаватель математики

кафедры «Математики и естественнонаучных дисциплин»

Филиал ВУНЦ ВВС «ВВА»

Россия, г. Сызрань

Андреев Н.В.,

Курсант

1 курс, факультет авиационный

Филиал ВУНЦ ВВС «ВВА»

Россия, г. Сызрань

ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ВОЕННОМ ДЕЛЕ

Аннотация: *в статье рассматривается возможности применения дифференциальных уравнений для решения задач, которые необходимы в военном деле. Большое место в работе уделено решению военно-прикладных задач, основным этапом которых является построение математической модели при помощи дифференциальных уравнений. С помощью дифференциальных уравнений устанавливается связь между кривой и её касательной, пройденным путем и скоростью движения.*

Ключевые слова: *Дифференциальные уравнения, математическая модель военно-прикладная задача, аэродинамика, военное дело, оптимальное решение.*

Annotation: *the article discusses the possibilities of using differential equations for solving problems that are necessary in the military. Much attention is paid to the solution of military-applied problems, the main stage of which is the construction of a mathematical model using differential equations. Using differential equations, the relationship between the curve and its tangent, the path traversed and the speed of movement is established.*

Keywords: *Differential equations, mathematical model of military-applied problem, aerodynamics, military science, optimal solution.*

Математика как фундаментальная наука применяется практически во всех сферах жизни общества. Современному обществу математика весьма необходима так как нас абсолютно со всех сторон охватывают компьютеры и числа. С помощью математики, возможно, анализировать тексты, извлекать информацию и находить смысл. Военная математика, адаптированная к военным нуждам, имелась еще у вавилонян. Многочисленные области современной математики, также получили развитие стороны военных задач.

Существенный вклад в формирование математики внёс древнегреческий учёный Архимед (около 287 – 212 до нашей эры), у которого знания механики, физики, военного дела совмещались с использованием математики с целью решения практических задач. Применение математики в аэродинамике, зародившейся в связи с необходимостями авиации в начале XX века, обеспечило разработку научной теории, и создания методов расчёта подъёмной силы крыла. М.В. Келдышев совместно с командой учёных решил задачу разрушения самолётов из-за вибрации. Сложная математическая теория флаттера обеспечила самолёты надёжной защитой от возникновения вибраций.

Дифференциальные уравнения - раздел математики, изучающий теорию и способы решения уравнений, содержащих искомую функцию и ее производные различных порядков одного аргумента (обыкновенные дифференциальные) или нескольких аргументов (дифференциальные уравнения в частных производных). В самом уравнении участвует не только неизвестная функция, но и различные ее производные. Дифференциальным уравнением описывается связь между неизвестной функцией и ее производными. Такие связи отыскиваются в различных областях знаний: в механике, физике, химии, биологии, экономике и др.

Решение военно-прикладной задачи первым этапом является построение математической модели, которое часто осуществляется при помощи обыкновенных дифференциальных уравнений. Эти уравнения, связывающие независимую переменную, искомую функцию и её производные, являются основой многих законов материального мира. С их помощью можно установить связь между кривой и её касательной, пройденным путём и скоростью движения, описать такие известные физические законы как второй закон Ньютона и закон Гука. Часто сам процесс вывода дифференциального уравнения представляет собой сложную математическую задачу.

Во-первых, для построения модели, адекватной рассматриваемому явлению или процессу, необходимы глубокие знания в смежных областях науки, таких как физика, теоретическая механика и динамика полёта.

Во-вторых, получающееся в процессе построения математической модели дифференциальное уравнение должно по возможности приводиться к уравнению известного вида: линейного, однородного и т. п. Поэтому часто бывает необходимо ввести различные упрощения, но при этом учесть все основные факторы, влияющие на процесс.

Рассмотрим некоторые задачи военно-прикладного характера, основанные на решении дифференциальных уравнений первого порядка.

Задача 1. Истребитель пикирует с горизонтального полёта. Определить закон изменения скорости пикирования по вертикальной составляющей в зависимости от пути, пройденного истребителем. Сопротивление воздуха считать пропорциональным квадрату скорости.

Решение.

На самолёт при пикировании действует сила тяжести $P = mg$ и сопротивления воздуха $-k\mathcal{V}_H^2$, где H – это пройденный самолётом путь по вертикали за время t.

На основании второго закона Ньютона получим дифференциальное уравнение $m\frac{d\mathcal{V}_H}{dt} = mg - k\mathcal{V}_H^2$.

Так как в задаче требуется установить связь между скоростью $\mathcal{V}_H$ и пройденным по вертикали путём H, то введём переменную dH.

Тогда $\frac{d\mathcal{V}_H}{dt} = \frac{d\mathcal{V}_H}{dH} \cdot \frac{dH}{dt} = \frac{d\mathcal{V}_H}{dH} \cdot \mathcal{V}_H$.

Отсюда получим $m \cdot \frac{d\mathcal{V}}{dH}\mathcal{V}_H = mg - k\mathcal{V}_H^2$ или $\frac{m\mathcal{V}_H d\mathcal{V}_H}{mg - k\mathcal{V}_H^2} = dH$, откуда $H = -\frac{m}{2k}\ln C(mg - k\mathcal{V}_H^2)$.

Значение C найдём с учётом начальных условий: при $t = 0, H = 0, \mathcal{V}_H = 0$, откуда $\frac{m}{2k}\ln Cmg = 0 \Rightarrow Cmg = 1 \Rightarrow c = \frac{1}{mg}$.

Подставив C в общее решение, найдём $H = -\frac{m}{2k}\ln\left(1 - \frac{k\mathcal{V}_H^2}{mg}\right)$.

Получили закон изменения скорости пикирования по вертикальной составляющей в зависимости от пути, пройденного самолётом.

<u>Задача 2.</u> На высоте 2 км самолёт начинает боевой разворот и выполняет его с постоянной скоростью $\upsilon = 1080\ ^{\text{км}}/_{\text{ч}}$ и углом наклона траектории к горизонту $\theta = 30^{\circ}$. За сколько времени самолёт достигнет высоты 3 км? На какую высоту поднимется самолёт за 30 секунд?

<u>Решение.</u>

Пусть H-высота, на которой находится самолёт.

Из условия получим, что $dH = d\sin\theta$.

Тогда , $\frac{dH}{dt} = \frac{ds}{dt}\sin\theta = \nu\sin\theta$, откуда $dt = \frac{dH}{\nu\sin\theta}$.

Учитывая, что $\nu = 1080\ ^{\text{км}}/_{\text{ч}} = 300\ ^{\text{м}}/_{\text{с}}$, из последней формулы получим, что время, за которое самолёт достигнет высоты 3 км равно

$$t = \int_{2000}^{3000}\frac{dH}{\nu\sin\theta} = \frac{1}{\nu\sin\theta}H\Big|_{2000}^{3000} = \frac{2}{300}(3000 - 2000) \approx 6{,}7\ c.$$

Аналогично получаем, что $dH = \nu\sin\theta\,dt$, откуда высота, на которую самолёт поднимется за 30 секунд можно найти как $H = \int_0^{30}\nu\sin\theta\,dt = \nu\sin\theta\,t\big|_0^{30} = 300 \cdot \frac{1}{2} \cdot 30 = 4500$ м $= 4{,}5$ км.

Математика предоставляет возможность проанализировать сущность вооруженной борьбы, отыскать оптимальные решения варианты военных действий.

Использованные источники:

1. Гулай Т.А. Математика / Гулай Т.А., Жукова В.А., Мелешко С.В., Невидомская И.А. // Рабочая тетрадь. - Ставрополь, 2015.
2. Мелешко С.В., Воропаева Д.С., Пшеничная П.И. Применение математических методов в биологии. Аграрная наука Северо-Кавказскому Федеральному округу: сборник научных трудов по материалам 81-й Ежегодной научно-практической конференции. Ответственный за выпуск Т.А. Башкатова. – 2016. – С. 201-205.
3. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б., Мелешко С.В. Теория вероятностей и математическая статистика / Учебное пособие / Ставрополь, 2013.
4. Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям.– Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000. –176с.