УДК 656.61.052.4

Бирменко А.О.,
аспирант научной специальности
“Эксплуатация водного транспорта, водные пути сообщения и гидрография”
Государственный морской университет имени адмирала Ф. Ф. Ушакова,
Новороссийск, Российская Федерация

КОНТРОЛЬ ДВИЖЕНИЯ СУДНА С ПОМОЩЬЮ ДУГ ЭЛЛИПСА

Аннотация: *В работе исследуется возможность применения дуг эллипса, являющегося навигационной изолинией навигационного параметра сумма дистанций, в качестве ведущей навигационной изолинии (линии положения) – возможность применения, разработка которой может способствовать решению задач управления движением судна на криволинейной траектории. В качестве математического аппарата задействованы классические методы навигации (теория изолиний, линий положения, принципы задания маршрута, включая аппроксимацию криволинейных участков пути), а также теория эллипса и теория аффинных преобразований. В работе исследуется возможная необходимость выработки закона изменения суммы измеренных дистанций до ориентиров при контроле движения судна с помощью дуг эллипса и производится выработка этого закона, необходимость в котором возникает в оговорённых случаях. Основные положения исследования подкреплены графической интерпретацией.*

Ключевые слова: *эллипс, навигационный параметр, сумма дистанций, ведущая навигационная изолиния, ведущая линия положения, ускоренные*

методы навигации, закон изменения суммы измеренных дистанций до ориентиров.

Birmenko A.O.,
graduate student of a scientific specialty
"Operation of water transport, waterways and hydrography"
Admiral Ushakov Maritime State University,
Novorossiysk, Russian Federation

VESSEL MOVEMENT CONTROL USING ELLIPSE ARCS

Abstract: *The opportunity of using ellipse arcs, which is the navigation isoline of the navigation parameter sum of distances, as leading navigation isoline (line of position) is investigated in the work, – the application possibility, the development of which can contribute to solving the problems of vessel movement control on a curved trajectory. The mathematical apparatus uses classical navigation methods (the theory of isolines, lines of position, principles of route planning, including approximation of curvilinear route), and also the theory of ellipse and the theory of affine transformations. The possible need of the development of the law of changing the sum of measured distances to landmarks when controlling the movement of a vessel using ellipse arcs is investigated in the work, and also the working out of this law is developed in the work, – the law, the necessity in which arises in the specified cases. The main thesis of the research are supported by the graphical interpretation.*

Key words: *ellipse, navigation parameter, sum of distances, leading navigational isoline, leading line of position, blind navigation methods, law of changing the sum of measured distances to landmarks.*

Введение (Introduction)

Наиболее часто аварии происходят по навигационным причинам. На первом месте – затонувшие суда, на втором – посадка на мель (как правило, в хорошую погоду), что имеет непосредственное отношение к морской навигации [1 с. 37]. Распространёнными причинами посадок на мель и касаний грунта являются неудовлетворительный контроль местоположения судна, навигационные ошибки и неверная интерпретация измеренных параметров [6].

В свою очередь, в соответствии с ведущими нормативными документами ИМО (Конвенции SOLAS-74 (Глава V, Правило 34) и STCW-78 (Глава 8, Часть 2), Резолюции А. 893 (21)) как раз и необходимо осуществлять заблаговременное планирование маршрута и текущий контроль (что и говорилось) движения судна.

Одним из важных и наиболее сложных движений судна является движение судна на циркуляции. На нём так же (как и в случае других видов движения судна) необходимо производить вышеупомянутый контроль местоположения и движения судна. Для осуществления этой задачи (а также задачи аппроксимации траектории движения судна) в настоящее время в качестве названных “измеренных параметров” в большинстве случаев применяется измеренная дистанция до ориентира, а помимо них и соответствующая измеренной дистанции навигационная изолиния (НИЗ) – изостадия (которая на небольших участках Земной поверхности (то есть в случаях, когда мы не учитываем сфероидичность Земли и рассматриваем движение судна на плоскости) имеет уравнение окружности; в случае же рассмотрения Земли как сферы изостадия имеет несколько другое уравнение и является дугой малого круга (ДМК), которая в таком случае применяется как ведущая навигационная изолиния (ВЩНИЗ) (линия положения (ВЩЛП))).

Однако существенным недостатком такой аппроксимации является то, что при повороте на фарватерах траектория движения судна, как правило, отличается по своей форме от дуги окружности [17 с. 90]. В действительности движение судна на циркуляции (при постоянном угле перекладки руля) не является окружностью, а представляет собой сложное движение (с соответствующей траекторией) с изменяющейся до определённого момента угловой скоростью (и, соответственно, радиусом кривизны). Данный недостаток является весьма существенным даже несмотря на то, что сам такой способ осуществления контроля движения судна на циркуляции является аппроксимацией, – то есть, собственно говоря, приближённым описанием этого движения – и, соответственно, допускающим некоторые расхождения от действительного движения объекта (судна). Повторимся, что, даже несмотря на это данный недостаток является существенным, ввиду порой возникающих больших расхождений между действительной циркуляцией судна (к тому же, что для разных судов она может иметь свои характерные особенности, вызванные особенностями же маневренных возможностей судна) и соответствующей аппроксимацией, – а также учитывая ещё и то, что влияние данного недостатка может быть подвергнуто существенному уменьшению применением (как пример) кривых второго порядка (КВП), одним из видов которых является эллипс (что мы и рассматриваем в данной работе). Во многом это связано с тем, что дуга эллипса практически совпадает с эволюционной частью циркуляции [15, с. 85].

Особенности такой аппроксимации траектории движения судна с помощью дуг эллипса, включая её достоинства, были подробно исследованы авторами в работах [3, 4, 6, 8, 9, 11, 12, 14, 15]. В исследованиях [5, 6] было дано общее описание способов применения дуг эллипса для контроля движения судна (включая с применением аффинных преобразований параллельного переноса и поворота), а также особенности ограждения

навигационной опасности с помощью дуг эллипса; в исследованиях [3, 4] был предложен непосредственный способ аппроксимации действительной траектории судна кривыми второго порядка (эллипсом) по пяти точкам и по трём точкам с заданными выдвигом и диаметром циркуляции; в работах [8, 9] был разработан алгоритм идентификации траектории движения судна на основе метода наименьших квадратов и уравнений кривых второго порядка (в том числе эллипса), а в работе [9] такой разработанный алгоритм идентификации траектории движения судна с помощью эллипса был применён на модели судна в натурном опыте; в работах [11, 12] была разработана (полная) программа движения в виде закона движения на основе уравнений кривых второго порядка (эллипса), был рассмотрен соответствующий вопрос, включая вопрос формирования программных траекторий (ПТ), а в исследовании [12] был сделан вывод о кинематической и динамической совместимости такой программы движения. В исследовании [14] был рассмотрен вопрос аппроксимации дугами эллипсов криволинейной траектории, заданной координатами точек, а также вопрос программирования траектории, заданной координатами точек (включая вопрос расчёта программы движения). В работе [15] в целом были обобщены ранее исследовавшиеся моменты в рассматриваемой теме.

Однако недостаточно исследовавшейся является тема непосредственного применения методов контроля движения судна с помощью дуг эллипса в рамках ускоренных (лоцманских) методов навигации (контроля заданной координаты), то есть применение навигационного параметра – сумма дистанций в качестве ведущей, ограждающей (опасной ограждающей), контрольной навигационной изолинии (ВЩНИЗ, ОНИЗ (опасная ОНИЗ), КНИЗ, соответственно) (линии положения (ВЩЛП, ОЛП (опасная ОЛП), КЛП соответственно)). Актуальным является также разработка альтернативных методов аппроксимации действительной траектории судна дугами эллипса.

Таким образом, целью данного исследования является разработка применения дуг эллипса в качестве ведущей навигационной изолинии (ВЩНИЗ) (линии положения (ВЩЛП)), то есть применение дуг эллипса не только в качестве аппроксимации криволинейного движения судна (его циркуляции), но и их применение для осуществления контроля такого движения с помощью измеренного навигационного параметра (НП), причём связанного в том числе с береговыми ориентирами (полученного с их использованием), берегом (имеющего “привязку” к нему (чего, например, лишены спутниковые радионавигационные системы (СРНС))). Такая разработка направлена на устранение недостатков традиционно применяемых для этих целей НИЗ (в частности, изостадии) (и их линий положения) и может способствовать решению задач управления движением судна на криволинейной траектории.

Возможности современных бортовых навигационных комплексов, ECDIS, САРП по автоматической обработке навигационной информации, сопровождении объектов, прокладке на электронной карте любых аналитических кривых дают возможность нахождения решений описанным ранее задач (с применением эллипса).

Методы и материалы (Methods and materials)

Ускоренные (лоцманские) методы навигации (контроля заданной координаты) (судовождение (контроль движения судна) по навигационным параметрам и параллельным индексам)

Ускоренные (лоцманские) методы используют для контроля за местоположением и движением судна. Собственно говоря, ускоренные (лоцманские) методы контроля заданной координаты являются одними из возможных разновидностей методов контроля за местоположением и движением судна (что также следует из источников [2 с. 360, 361, 10 с. 385]). Иногда в литературе (как это, например, приведено и рассматривается в источнике [7]) применение ускоренных (лоцманских) методов навигации

называют судовождением (контролем движения судна) по навигационным параметрам и параллельным индексам. В рамках таких ускоренных методов контроля заданной координаты применяют ведущую изолинию, ограждающую изолинию и контрольную изолинию, а также порой выделяемую опасную ограждающую изолинию (и соответствующие линии положения).

Ведущая навигационная изолиния (ВЩНИЗ) (линия положения (ВЩЛП)) – изолиния (линия положения) одного навигационного параметра (НП), служащая для непрерывного оперативного контроля за положением и движением судна по линии заданного пути (ЛЗП) (в том числе указания направления, в какую сторону судно отклонилось от ЛЗП, если такое имело место быть).

Общая структура темы методов контроля движения судна с помощью дуг эллипса

Общее описание того, каким именно образом осуществляется контроль движения судна с помощью дуг эллипса (в том числе ограждение навигационных опасностей) (без “привязки” (“подгонки”) элементов эллипса к конкретному судну) с указанием конкретных математических выражений, уже было приведено в работах [5, 6]. В целом, тема контроля движения судна с помощью дуг эллипса включает три наиболее важных, фундаментальных и задающих общую структуру всей разбираемой теме момента (разработка которых в совокупности может способствовать решению в том числе задач управления движением судна на криволинейной траектории). Первым таким моментом является выбор ориентиров (с анализом соответствующих факторов), влияющий в том числе и на точность получения значения интересующего нас НП (сумма дистанций) и соответствующей линии положения (ЛП), – что будет рассмотрено в отдельных исследованиях. Вторым таким фундаментальным моментом является подбор (“подгонка”), попытка “найти соответствие” получаемого эллипса маневренным

характеристикам судна (это имеет важное значение при желании (необходимости) использовать дуги эллипса для контроля движения судна на любых участках траектории (то есть, когда применяются преобразования параллельного переноса и поворота)), – данный вопрос подлежит дальнейшему отдельному исследованию. Следует отметить, что в качестве ещё одного важного момента в рассматриваемой теме, часто входящего в указанный второй момент (подбор (“подгонка”) эллипса) (как это может быть осуществлено в одной из реализаций возможного способа “подбора” (или способа “последовательных приближений”, который планируется рассмотреть в следующих статьях)), в целом при определённом рассмотрении могущего быть рассматриваемым как отдельный момент в исследуемой теме (доводя количество таковых до четырёх, учитывая ещё один момент, о котором речь пойдёт впереди), является решение задачи оптимального расположения фокусов аппроксимирующего эллипса (так как следует ожидать крайне редкого случая, чтобы пара навигационных ориентиров однозначно определяла фокусы и элементы желаемого аппроксимирующего эллипса), которое осуществляется способом произведения преобразований параллельного переноса и поворота осей навигационной изолинии эллипса (его базовой линии) либо отдельного переноса навигационных ориентиров (что будет рассмотрено в следующей статье). В качестве ещё одного подобного момента (третьего), который можно рассматривать как один из наиболее важных в указанной теме, можно назвать вывод (выработка, поиск) соответствующего (подходящего) закона изменения суммы измеренных дистанций до ориентиров (это имеет важное значение, когда мы также, как и в случае с вторым моментом, имеем желание (необходимость) использовать дуги эллипса для контроля движения судна на любых участках траектории, то есть, когда применяются аффинные преобразования параллельного переноса и поворота (и, соответственно, (в случае применения дуг эллипса прежде всего в качестве ВЩНИЗ (ВЩЛП))

мы стремимся совершать плавание по “перемещённому” эллипсу)). В качестве ещё одного важного возможного момента в рассматриваемой теме, в целом при определённом рассмотрении могущего быть рассматриваемым как отдельный момент в исследуемой теме (доводя количество таковых до пяти, учитывая в том числе момент решения задачи оптимального расположения фокусов аппроксимирующего эллипса) является вопрос коррекции отклонений от траектории, что также будет рассмотрено в отдельном исследовании. Рассмотрим подробнее вопрос вывода (выработки, поиска) соответствующего (подходящего) закона изменения суммы измеренных дистанций до ориентиров.

Результаты и обсуждения (Results and discussions)

Возможная необходимость выработки закона изменения суммы измеренных дистанций до ориентиров

Несмотря на то, что в рамках темы, рассматриваемой в данной работе, и конкретно момента, касающегося использования НИЗ НП – сумма дистанций (эллипса) в качестве ВЩНИЗ (ВЩЛП) на любых участках траектории (то есть, когда применяются аффинные преобразования параллельного переноса и поворота, что рассматривалось в исследовании [6]), – мы стремимся совершать плавание судна по дуге эллипса, сумма дистанций до двух ориентиров, как правило, будет изменяться. Стремление совершать движение судна по дуге такого перемещённого эллипса будет обеспечивать постоянство суммы дистанций до фокусов этого же перемещённого эллипса (что и очевидно, так как сам такой эллипс выбирался (находился с помощью потенциальной “подгонки”), исходя из планируемой траектории движения судна (планируемого поворота), в том числе в соответствии с маневренными возможностями судна, – и в этом смысле, положения точки начала поворота (ТНП) и точки конца поворота (ТКП), во многом задающих траекторию циркуляции судна, определяют форму и размеры перемещённого эллипса). В то же время положения действительных

ориентиров никоем образом не зависит от ТНП и ТКП (и траектории циркуляции судна), – они, равно как и вся планируемая траектория движения судна на циркуляции могут лишь влиять на выбор тех ориентиров, которые будут применяться для осуществления такого контроля, – выбора, определяемого факторами, влияющими на точность получения значения НП – сумма дистанций и соответствующей ЛП (в том числе и радиолокационной приметностью ориентиров (что планируется исследовать в следующих работах)). И в таком случае, как и говорилось, – это приводит к тому, что, скажем, в вышеупомянутых ТНП и ТКП сумма дистанций до ориентиров будет отличаться (хотя порой и незначительно), – соответственно, разность в значениях НП будет приводить и к разности соответствующих НИЗ – эллипсов (это показано на рис. 1, где для каждой суммы дистанций (разной для ТНП и ТКП) схематично нарисована (фиолетовым цветом) дуга своего эллипса (отличного от эллипса, соответствующего другой характерной точке)).

В результате переносов из образованных треугольников (*CAF1* и *CBF2*) можно получить по теореме косинусов основные соотношения измеренных дистанций до ориентиров (D_{ui}), их переносов (ΔD_i) и дистанций до фокусов аппроксимирующего эллипса (D_i) для контроля движения судна (см. рис. 1):

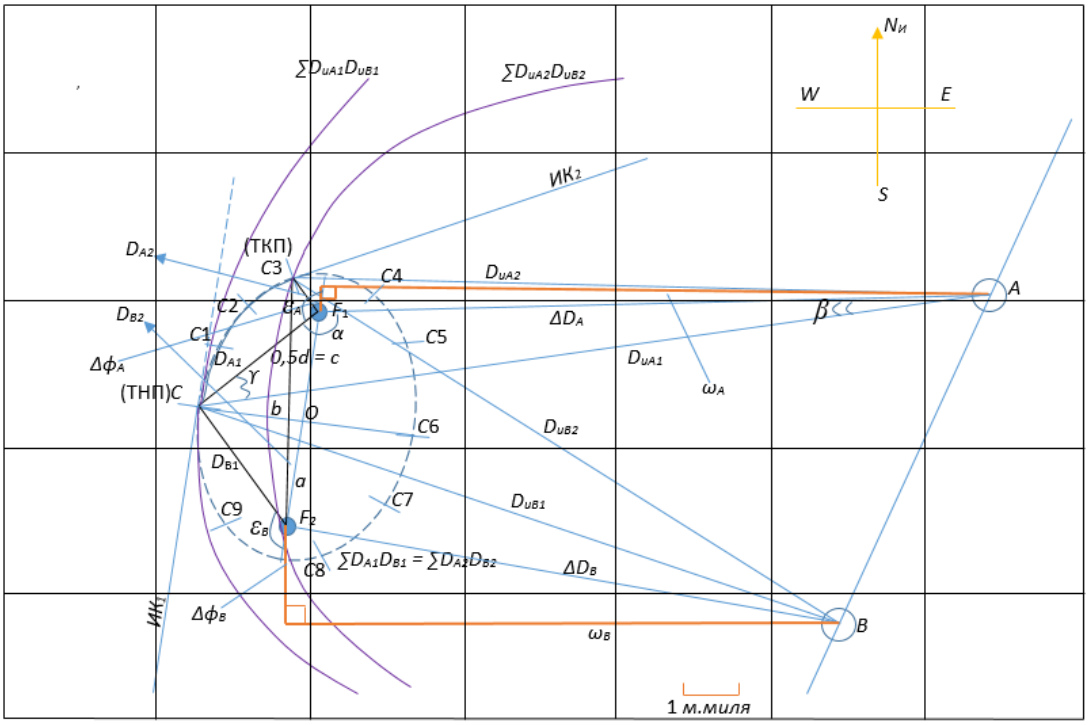

Рисунок 1. Аппроксимация участка траектории движения судна эллипсом, а также геометрические соотношения параметров переносов ориентиров в фокусы аппроксимирующего (перемещённого) эллипса

$$D_{ui}{}^2 = \Delta D_i^2 + D_i^2 - 2\Delta D_i D_i \cos\alpha_i\,; \qquad (1),$$

где D_u – измеренная дистанция до ориентира;

ΔD – перенос ориентира;

D – дистанция до фокуса аппроксимирующего эллипса;

α – угол между направлениями дистанции до фокуса аппроксимирующего эллипса D_i и переноса ориентира ΔD_i.

$$\alpha = 180° - \beta - \gamma; \qquad (2),$$

где β – угол между направлениями переноса ориентира ΔD_i и измеренной дистанцией до ориентира D_{ui};

γ – угол между направлениями дистанции до фокуса аппроксимирующего эллипса D_i и измеренной дистанцией до ориентира D_{ui}.

При выражении дистанций до фокусов аппроксимирующего эллипса в том числе через измеренные дистанции до ориентиров, получаем следующие формулы:

$$D_i^2 = \Delta D_i^2 + D_{ии}^2 - 2\Delta D_i D_{ии} \cos\beta_i; \quad (3)$$

При выражении переносов ориентиров через измеренные дистанции, получаем следующие формулы:

$$\Delta D_i^2 = D_{ui}^2 + D_i^2 - 2D_{ui} D_i \cos\gamma_i; \quad (4)$$

Подобная закономерность (изменение суммы измеренных дистанций до ориентиров), возникающая в оговоренном случае, приводит к тому, что при её (закономерности) возникновении – при сохранении желания по-прежнему стремиться совершать движение судна на циркуляции по дуге эллипса нам необходимо найти (выработать) закон изменения суммы измеренных дистанций до ориентиров ($\sum D_u = D_{uA} + D_{uB}$) , получаемой, как один из возможных вариантов, по измерениям РЛС и соответствующей сумме дистанций до фокусов перемещённого эллипса (данная величина $\sum D = D_A + D_B$ будет являться постоянной, известной для нас и нами же задаваемой в том числе в соответствии с маневренными возможностями судна после произведения потенциальной “подгонки” эллипса).

С целью выработки закона изменения суммы измеренных дистанций до ориентиров произведём математические преобразования выражения (1):

$$\begin{cases} D_{и1}^2 = \Delta D_1^2 + D_1^2 - 2\Delta D_1 D_1 \cos\alpha_1; \\ D_{и2}^2 = \Delta D_2^2 + D_2^2 - 2\Delta D_2 D_2 \cos\alpha_2; \end{cases} \quad (5),$$

$$\begin{cases} D_{и1} = \sqrt{\Delta D_1^2 + D_1^2 - 2\Delta D_1 D_1 \cos\alpha_1}; \\ D_{и2} = \sqrt{\Delta D_2^2 + D_2^2 - 2\Delta D_2 D_2 \cos\alpha_2}; \end{cases} + \quad (6),$$

$$\sum D_u = \sqrt{\Delta D_1^2 + D_1^2 - 2\Delta D_1 D_1 \cos\alpha_1} + \sqrt{\Delta D_2^2 + D_2^2 - 2\Delta D_2 D_2 \cos\alpha_2}; \quad (7),$$

$$\sum D_и^2 = \Delta D_1^2 + D_1^2 - 2\Delta D_1 D_1 \cos\alpha_1 + 2\sqrt{\Delta D_1^2 + D_1^2 - 2\Delta D_1 D_1 \cos\alpha_1}\sqrt{\Delta D_2^2 + D_2^2 - 2\Delta D_2 D_2 \cos\alpha_2} + \Delta D_2^2 + D_2^2 - 2\Delta D_2 D_2 \cos\alpha_2; \quad (8),$$

$$\sum D_{и}^{2} = \Delta D_1^2 + \Delta D_2^2 + (D_1^2 + 2D_1D_2 + D_2^2) - 2D_1D_2 - 2\left(\Delta D_1 D_1 \cos\alpha_1 + \Delta D_2\, D_2 \cos\alpha_2 - \sqrt{\Delta D_1^2 + D_1^2 - 2\Delta D_1\, D_1 \cos\alpha_1}\sqrt{\Delta D_2^2 + D_2^2 - 2\Delta D_2 D_2 \cos\alpha_2}\right); \quad (9),$$

$$\sum D_{и}^{2} = \Delta D_1^2 + \Delta D_2^2 + (D_1^2 + 2D_1D_2 + D_2^2) - 2\left(D_1D_2 + \Delta D_1 D_1 \cos\alpha_1 + \Delta D_2 D_2 \cos\alpha_2 - \sqrt{\Delta D_1^2 + D_1^2 - 2\Delta D_1\, D_1 \cos\alpha_1}\sqrt{\Delta D_2^2 + D_2^2 - 2\Delta D_2 D_2 \cos\alpha_2}\right); \quad (10),$$

$$\sum D_{и}^{2} = \Delta D_1^2 + \Delta D_2^2 + \sum D^2 - 2\left(D_1D_2 + \Delta D_1\, D_1 \cos\alpha_1 + \Delta D_2\, D_2 \cos\alpha_2 - \sqrt{\Delta D_1^2 + D_1^2 - 2\Delta D_1 D_1 \cos\alpha_1}\sqrt{\Delta D_2^2 + D_2^2 - 2\Delta D_2 D_2 \cos\alpha_2}\right); \quad (11),$$

$$\sum D_{и} = \sqrt{\Delta D_1^2 + \Delta D_2^2 + \sum D^2 - 2\left(D_1D_2 + \Delta D_1 D_1 \cos\alpha_1 + \Delta D_2\, D_2 \cos\alpha_2 - \sqrt{\Delta D_1^2 + D_1^2 - 2\Delta D_1\, D_1 \cos\alpha_1}\sqrt{\Delta D_2^2 + D_2^2 - 2\Delta D_2 D_2 \cos\alpha_2}\right)}; \quad (12)$$

Таким образом, был получен закон изменения суммы измеренных дистанций до ориентиров:

$$\sum D_{и} = \sqrt{\Delta D_1^2 + \Delta D_2^2 + \sum D^2 - 2\left(D_1(D_2 + \Delta D_1 \cos\alpha_1) + \Delta D_2 D_2 \cos\alpha_2 - \sqrt{\Delta D_1^2 + D_1^2 - 2\Delta D_1 D_1 \cos\alpha_1}\sqrt{\Delta D_2^2 + D_2^2 - 2\Delta D_2 D_2 \cos\alpha_2}\right)}; \quad (13)$$

Рассмотрим ещё одно выражение, относящееся к теории эллипса, элементы которой планируется рассмотреть нами в следующей статье:

$$r_1 = \sqrt{(x + \tfrac{d}{2})^2 + y^2} = a + ex; \quad r_2 = \sqrt{(x - \tfrac{d}{2})^2 + y^2} = a - ex; \quad (14),$$

где $d = 2c$ – фокальное расстояние (расстояние между фокусами эллипса) (базовое расстояние);

a – большая (основная) полуось эллипса;

e – эксцентриситет эллипса.

При подстановке в выражение (13) выражения (14) полученный закон изменения суммы измеренных дистанций до ориентиров примет следующий вид:

$$\sum D_{\text{и}} = \sqrt{\Delta D_1^2 + \Delta D_2^2 + \sum D^2 - 2\left(\begin{array}{c}\sqrt{\left(x+\frac{d}{2}\right)^2 + y^2}\left(\sqrt{(x-\frac{d}{2})^2 + y^2} + \Delta D_1 \cos\alpha_1\right) + \Delta D_2\sqrt{(x-\frac{d}{2})^2 + y^2}\cos\alpha_2 - \\ \sqrt{\Delta D_1^2 + \left(\left(x+\frac{d}{2}\right)^2 + y^2\right) - 2\Delta D_1\sqrt{\left(x+\frac{d}{2}\right)^2 + y^2}\cos\alpha_1} \\ \sqrt{\Delta D_2^2 + \left(\left(x-\frac{d}{2}\right)^2 + y^2\right) - 2\Delta D_2\sqrt{(x-\frac{d}{2})^2 + y^2}\cos\alpha_2}\end{array}\right)}; \quad (15),$$

$$\sum D_{\text{и}} = \sqrt{\Delta D_1^2 + \Delta D_2^2 + \sum D^2 - 2\left(\begin{array}{c}(a + ex)((a - ex) + \Delta D_1 \cos\alpha_1) + \Delta D_2(a - ex)\cos\alpha_2 - \\ \sqrt{\Delta D_1^2 + (a + ex)^2 - 2\Delta D_1(a + ex)\cos\alpha_1} \\ \sqrt{\Delta D_2^2 + (a - ex)^2 - 2\Delta D_2(a - ex)\cos\alpha_2}\end{array}\right)}; \quad (16)$$

Также возможно следующее преобразование выражения (13). Для этого рассмотрим следующее выражение, известное нам из теории эллипса:

$$e = \sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \frac{c}{a} = \frac{c}{r_1+r_2}; \quad (17),$$

где b – малая полуось эллипса;

r_1, r_2 – расстояния от произвольной точки эллипса до его фокусов (фокальные радиусы).

Теперь выразим r_1 из формулы (17) и подставим вместо r_1 и r_2 D_1 и D_2, соответственно. Тогда при таком преобразовании выражения (17) получаем следующее выражение:

$$D_1 = \frac{c}{e} - D_2; \tag{18}$$

Подставим выражение (18) в выражение (13). Получаем:

$$\sum D_и =$$

$$\sqrt{\Delta D_1^2 + \Delta D_2^2 + \sum D^2 - 2\left(\frac{(\frac{c}{e} - D_2)(D_2 + \Delta D_1 \cos\alpha_1) + \Delta D_2\, D_2 \cos\alpha_2 -}{\sqrt{\Delta D_1^2 + (\frac{c}{e} - D_2)^2 - 2\Delta D_1(\frac{c}{e} - D_2)\ \cos\alpha_1}\ \sqrt{\Delta D_2^2 + D_2^2 - 2\Delta D_2\, D_2 \cos\alpha_2}}\right)}; \tag{19}$$

Подставим в выражение (19) выражение (14). Тогда получаем:

$$\sum D_и =$$

$$\sqrt{\Delta D_1^2 + \Delta D_2^2 + \sum D^2 - 2\left(\begin{array}{c}(\frac{c}{e} - \sqrt{\left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + y^2})(\sqrt{\left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + y^2} + \Delta D_1 \cos\alpha_1) + \Delta D_2 \sqrt{\left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + y^2} \cos\alpha_2 - \\ \sqrt{\Delta D_1^2 + \left(\frac{c}{e} - \sqrt{\left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + y^2}\right)^2 - 2\Delta D_1\left(\frac{c}{e} - \sqrt{\left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + y^2}\right) \cos\alpha_1} \\ \sqrt{\Delta D_2^2 + \left(\left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + y^2\right) - 2\Delta D_2 \sqrt{\left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + y^2} \cos\alpha_2}\end{array}\right)};$$

(20),

$$\sum D_и = \sqrt{\Delta D_1^2 + \Delta D_2^2 + \sum D^2 - 2\left(\begin{array}{c}(\frac{c}{e} - (a - ex))((a - ex) + \Delta D_1 \cos\alpha_1) + \Delta D_2\,(a - ex) \cos\alpha_2 - \\ \sqrt{\Delta D_1^2 + \left(\frac{c}{e} - (a - ex)\right)^2 - 2\Delta D_1\left(\frac{c}{e} - (a - ex)\right) \cos\alpha_1} \\ \sqrt{\Delta D_2^2 + (a - ex)^2 - 2\Delta D_2 (a - ex) \cos\alpha_2}\end{array}\right)}; \tag{21}$$

Отметим, что при выражении из формулы (17) r_2 (D_2) вместо r_1 (D_1) и подстановки его в выражение (13) могут быть получены другие варианты закона изменения суммы измеренных дистанций до ориентиров.

На основании формулы (13) были произведены расчёты (их результаты сведены в таблицу (табл. 1)) и был построен график (с применением

программы Excel 2013), иллюстрирующий зависимость получаемой суммы измеренных дистанций до ориентиров от местоположения (рис. 2).

Таблица 1.

Значения дистанций до фокусов аппроксимирующего эллипса и других параметров в зависимости от местоположения

	ΔD_A	ΔD_B	D_A	D_B	$\sum D$	α_1	α_2	$\cos \alpha_1$	$\cos \alpha_2$	$\sum D_и$
C	*12,5*	*10,4*	*2,74*	*2,74*	*5,48*	*143*	*135*	*-0,8*	*-0,71*	*27,243*
*C*1	*12,5*	*10,4*	*1,95*	*3,53*	*5,48*	*164*	*121*	*-0,96*	*-0,52*	*26,948*
*C*2	*12,5*	*10,4*	*1,24*	*4,24*	*5,48*	*173*	*110*	*-0,99*	*-0,34*	*26,187*
*C*3	*12,5*	*10,4*	*0,86*	*4,62*	*5,48*	*118*	*100*	*-0,47*	*-0,17*	*24,964*
*C*4	*12,5*	*10,4*	*1,05*	*4,43*	*5,48*	*17*	*81*	*0,96*	*0,16*	*22,084*
*C*5	*12,5*	*10,4*	*1,74*	*3,74*	*5,48*	*21*	*69*	*0,93*	*0,36*	*21,265*
*C*6	*12,5*	*10,4*	*2,74*	*2,74*	*5,48*	*53*	*46*	*0,6*	*0,69*	*19,764*
*C*7	*12,5*	*10,4*	*3,73*	*1,75*	*5,48*	*73*	*23*	*0,29*	*0.92*	*20,773*
*C*8	*12,5*	*10,4*	*4,58*	*0,9*	*5,48*	*91*	*33*	*-0,02*	*0,84*	*23,013*
*C*9	*12,5*	*10,4*	*4,36*	*1,12*	*5,48*	*114*	*169*	*-0,41*	*-0,98*	*24,096*

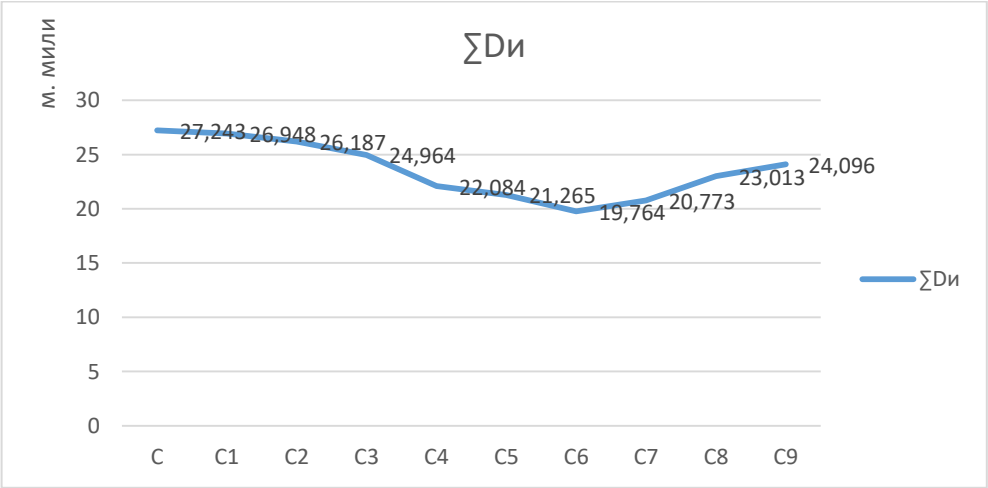

Рисунок 2. Зависимость получаемой суммы измеренных дистанций до ориентиров от местоположения

На основании полученного графика мы видим, что в точке С аппроксимирующего эллипса (точка начала поворота на рис. 1) сумма измеренных дистанций до ориентиров равна $\sum D_{uc} = \sum D_{uA1} D_{uB1} = 27{,}243$ м. мили, а в точке С3 аппроксимирующего эллипса (точка конца поворота на рис. 1) сумма измеренных дистанций до ориентиров равна $\sum D_{uc3} = \sum D_{uA2} D_{uB2} = 24{,}964$ м .мили, что меньше, чем 27,243 м. мили, следовательно $\sum D_{uA2} D_{uB2} < \sum D_{uA1} D_{uB1}$ ($\sum D_{uc3} < \sum D_{uc}$), что значит, что относительно НИЗ, соответствующей ТНП и получаемой от значения НП, определяемого суммой дистанций до ориентиров, судно сместилось вправо, и в момент окончания поворота (когда судно будет в ТКП) положению судна соответствует уже другая НИЗ, также зависящая от НП, определяемого суммой дистанций до тех же самых (что и в момент нахождения судна в ТНП) ориентиров.

Также стоит отметить, что, помимо полученного в (13) закона изменения суммы измеренных дистанций до ориентиров, имеются и другие законы изменения суммы измеренных дистанций до ориентиров. При других преобразованиях выражений (1), (3) и (4) могут получиться другие законы изменения суммы измеренных дистанций до ориентиров, что планируется исследовать в следующих работах.

Что касается применения линии положения, соответствующей рассматриваемой навигационной изолинии (эллипс), то ей может являться касательная к данной НИЗ в рассматриваемой (определяющей) точке. Линия положения может иметь важное значение, когда рассматривается определённое положение судна (положения судна, диапазон которых определяется требуемой точностью), определённое “мгновенное движение” судна. Соответствующая ЛП, включая ведущую линию положения (ВЩЛП), может быть полезной при рассмотрении вопроса коррекции отклонений судна по траектории, который планируется исследовать в следующих работах.

Выводы (Summary)

Таким образом, в данной работе было продемонстрировано применения дуг эллипса, являющегося навигационной изолинией навигационного параметра сумма дистанций в качестве ведущей навигационной изолинии, что может способствовать решению задач управления движением судна на криволинейной траектории. На основании выполненного исследования можно сделать также следующие выводы:

1. Были выработаны формулы, позволяющие получать значения измеренных дистанций до ориентиров через дистанции до фокусов аппроксимирующего эллипса, переносы ориентиров и параметры аппроксимирующего эллипса (а также эти формулы в других комбинациях слагаемых). Актуальным является выработка выражений, позволяющих получать значения углов между направлениями дистанции до фокуса аппроксимирующего эллипса и переноса ориентира, а также значения других соответствующих углов.

2. Было произведено общее указание на важность возможной необходимости выработки закона изменения суммы измеренных дистанций до ориентиров в случае применения НИЗ НП – сумма дистанций (эллипса) прежде всего в качестве ВЩНИЗ (ВЩЛП) на любых участках траектории (то есть, когда применяются преобразования параллельного переноса и поворота) с общими теоретическими объяснениями этого момента и приведением математических выражений, показывающих закон изменения навигационного параметра сумма дистанций до ориентиров. Актуальным является дальнейшее исследование выражений, позволяющих получить закон изменения суммы измеренных дистанций до ориентиров с целью получения (выработки) других законов изменения суммы измеренных дистанций до ориентиров.

3. Как бы то ни было, несмотря на все преимущества применения эллипса в качестве НИЗ (которые мы старались продемонстрировать в нашей

работе и которые были продемонстрированы в других упомянутых в данном исследовании работах), – рассмотренный способ вовсе не исключает применения других НИЗ для аппроксимации и контроля движения судна (как традиционно используемых: пеленг, дистанция, горизонтальный угол; так и включая, – как пример, – и других кривых второго порядка: гипербола и т. д. – или кривых третьего порядка (возможность применения которых была рассмотрена в работе [15]), – или других классов кривых, например различных сплайнов, один из вариантов применения которых для рассматриваемых целей был исследован в работе [13, 15, 16]) (как по отдельности, так и совместно). Скорее, применение эллипса в качестве ведущей навигационной изолинии следует рассматривать как один из способов (методов), обладающий своей характерностью (включая и несомненные достоинства), – как один из способов, могущий быть выбираемым или же нет судоводителем в зависимости от конкретной обстановки. Наличие такого способа делает судоводителя более независимым в принятии решений, касающихся реализации контроля движения судна, а также может повысить безопасность традиционного и автономного судовождения (особенно в стеснённых и портовых водах).

Список литературы:

1. *Астреин В. В.* Безопасность судовождения: учебное пособие / В. В. Астреин, А. Л. Боран-Кешишьян. – Новороссийск: РИО ГМУ им. адм. Ф. Ф. Ушакова, 2021. – 144 с.

2. *Баранов, Ю. К.* Навигация: учебник для вузов / Ю.К. Баранов, М.И. Гаврюк, В.А. Логиновский, Ю.А. Песков. – 3-е издание, переработанное и дополненное. – СПб.: Лань, 1997 – 512 с.

3. *Васьков А. А.* Анализ программирования траекторий движения судна уравнением кривой второго порядка. Текст. // Сборник научных

трудов. Выпуск 15. Новороссийск: МГА им. адм. Ф. Ф. Ушакова, 2010. – С. 37 – 40.

4. *Васьков А. А.* Формирование траектории движения судна // Изв. Вузов. Сев.-Кавказ. регион. Техн. науки, 2004. – С. 14-16.

5. *Васьков А. С., Мироненко А. А.* Методы планирования ограждения опасностей для контроля в системах управления движением судна. Морские интеллектуальные технологии. 2023. № 3 часть 1. С 110 – 119. DOI: 10.37220/MIT.2023.61.3.036

6. *Васьков А. С.* Планирование и контроль криволинейной траектории движения судна / А. С. Васьков, А. А. Мироненко // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. – 2023. – Т.15 – №3. – С. 401-405. DOI: 10.21821/2309-5180-2023-15-3-401-415.

7. *Васьков А. С.* Судовождение по навигационным параметрам и параллельным индексам: учебное пособие для вузов / А. С. Васьков, А. А. Мироненко. – Санкт-Петербург : Лань, 2024. – 68 с. : ил. – Текст : непосредственный.

8. *Гамбург А. Г.* Применение методов наименьших квадратов для идентификации элементов траектории судна по натурным испытаниям // Морские исследования на Дальнем Востоке – Вопросы использования флота компании группы ПАО “Совкомфлот”, научная конференция (2022; Владивосток). Сборник докладов V научно-практической конференции “Морские исследования на Дальнем Востоке”, 20 декабря 2022 г. – Владивосток: Мор. гос. ун-т, 2023. – 6 с.

9. *Гамбург А. Г.* Принципы идентификации маршрута судна кривыми второго порядка / Выпускная квалификационная работа специалиста / Государственный университет морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова, Санкт-Петербург, 2025.

10. *Дмитриев В. И., Григорян В.Л., Катенин В.А.* Навигация и лоция / Учебник для вузов (3-е издание переработанное и дополненное) / Под общ. ред. д. ф. т. н., проф. В. И. Дмитриева. – М.: “МОРКНИГА”, 2009 – 458с.: ил.

11. *Жук А. С.* Методы формирования программных движений в задачах маневрирования судна / Диссертация на соискание учёной степени кандидата технических наук / Морская Государственная академия имени адмирала Ф. Ф. Ушакова. Новороссийск, 2012

12. *Жук А. С.* Программирование движения судна на основе уравнений кривых второго порядка // Эксплуатация морского транспорта. – 2011. – № 2 (64). – С. 25 – 29.

13. *Жук А. С.* Формирование программных траекторий судна на основе составных сплайнов Эрмита // Эксплуатация морского транспорта. – 2013. – № 1 (71). – С. 26 – 31.

14. *Кузин З. С.* Аппроксимация дугами эллипсов криволинейной траектории, заданной координатами точек / Судовождение, 1966, № 6, С. 95 – 101.

15. *Мироненко А. А.* Методология формализации навигационной обстановки, планирования маршрута и программных траекторий движения судна / Диссертация на соискание учёной степени доктора технических наук / Государственный Морской университет имени адмирала Ф. Ф. Ушакова. Новороссийск, 2016

16. *Мироненко А. А.* Формирование маршрута судна в автоматизированных навигационных комплексах / Диссертация на соискание учёной степени кандидата технических наук / Государственная Морская Академия имени адмирала С. О. Макарова. Санкт-Петербург, 2002

17. *Таратынов В. П.* Судовождение в стеснённых районах. – М.: Транспорт, 1980 – 127 с.