

*Зайцева Т.В.,  
доцент кафедры  
прикладной информатики и информационных технологий,  
НИУ «БелГУ»  
Россия, г. Белгород*

*Маликов А.В.,  
студент,  
4 курс, Институт инженерных и цифровых технологий  
НИУ «БелГУ»  
Россия, г. Белгород*

## **АППРОКСИМАЦИЯ ФУНКЦИЙ С ПОМОЩЬЮ МНОГОСЛОЙНЫХ ПЕРСЕПТРОНОВ: ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ И ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ**

***Аннотация:** В статье рассматриваются теоретические основы аппроксимации функций с использованием искусственных нейронных сетей (ИНС) прямого распространения, в частности, многослойных перцептронов (MLP). Подробно анализируются структурные элементы нейронных сетей (нейрон, функции активации, архитектура слоев), а также ключевые алгоритмы обучения, такие как метод обратного распространения ошибки.*

***Ключевые слова:** искусственные нейронные сети, аппроксимация функций, многослойный перцептрон, обратное распространение ошибки, обучение с учителем, прогнозирование временных рядов.*

***Annotation:** The article examines the impact of swimming on physical development, functional state and overall health of university students. It analyzes different swimming styles and their benefits for the musculoskeletal,*

*cardiovascular, and respiratory systems. Special attention is given to swimming as a tool for stress prevention and improvement of students' quality of life.*

***Key words:** artificial neural networks, function approximation, multilayer perceptron, backpropagation, supervised learning, time series forecasting.*

## **Введение**

Искусственные нейронные сети (ИНС) представляют собой мощный инструмент математического моделирования, основанный на принципах обработки информации биологическими нейронными системами. Одной из ключевых задач, решаемых с помощью ИНС, является аппроксимация неизвестных функциональных зависимостей по набору эмпирических данных [1, 2]. Способность нейронных сетей обучаться, обобщать знания и выявлять скрытые закономерности в данных делает их незаменимыми в задачах прогнозирования, классификации и управления, особенно когда аналитический вид искомой функции неизвестен или слишком сложен. Целью данной работы является систематическое изложение теоретических основ построения и обучения нейронных сетей для аппроксимации функций, а также демонстрация практической реализации этого процесса на конкретном примере.

## **Архитектура многослойных сетей прямого распространения**

Для решения задач аппроксимации наиболее широко применяются многослойные сети прямого распространения. Стандартная архитектура включает три слоя.

Входной слой служит для распределения входных сигналов. Количество нейронов равно размерности входного вектора  $X$ .

Скрытый слой выполняет основную вычислительную работу по выделению признаков и нелинейному преобразованию данных. Количество нейронов в скрытом слое является критическим параметром, определяющим аппроксимирующую способность сети.

Выходной слой формирует итоговый выходной вектор  $Y$ . Число нейронов соответствует размерности выходных данных.

Сети с такой архитектурой, где нейроны каждого слоя связаны со всеми нейронами следующего слоя (полносвязная сеть), также называют многослойными персептронами (MLP). Теорема Цыбенко [4] доказывает, что MLP с одним скрытым слоем, содержащим достаточное количество нейронов, и нелинейной функцией активации способен аппроксимировать любую непрерывную функцию на компакте с произвольной точностью.

### **Алгоритмы обучения. Метод обратного распространения ошибки**

Обучение ИНС – это итерационный процесс настройки весовых коэффициентов  $w_{ij}$  с целью минимизации ошибки между фактическим выходом сети  $Y$  и желаемым (целевым) значением на обучающей выборке. Наиболее распространенным алгоритмом обучения MLP является метод обратного распространения ошибки (backpropagation) [5], представляющий собой реализацию градиентного спуска в пространстве весов.

Целевая функция (функция ошибки) чаще всего представляет собой среднеквадратическую ошибку (MSE):  $E = \frac{1}{2} \sum (Y_{\text{жел}} - Y)^2$ .

Коррекция весов производится по правилу:  $\Delta w_{ij} = -\eta * \delta_j * Y_i$ , где  $\eta$  – коэффициент скорости обучения,  $Y_i$  – выход нейрона предыдущего слоя. Обучение продолжается в течение множества эпох (проходов по всей обучающей выборке) до достижения заданного уровня ошибки.

### **Практическая реализация: прогнозирование валютного курса**

В качестве практического примера рассмотрена задача еженедельного прогнозирования курса доллара США к рублю. Для обучения сети необходима репрезентативная выборка исторических данных. Была сформирована обучающая выборка объемом более 100 записей, содержащая временные ряды курсов валют. Данные предварительно обрабатывались: выполнялась нормализация значений в диапазон  $[0, 1]$  для обеспечения устойчивости и скорости процесса обучения.

## **Конфигурация и обучение моделей в Neural Network Wizard**

Эксперименты проводились в среде нейроимитатора Neural Network Wizard. Для исследования влияния архитектуры на качество модели было обучено несколько сетей MLP с различной структурой. Сети с 1, 2, 3, 4 и 5 нейронами в единственном скрытом слое. Сети с двумя скрытыми слоями.

Для каждой конфигурации процесс обучения длился 100 эпох. В качестве функции активации в скрытых слоях использовалась сигмоидальная функция. Часть данных (20-30%) была выделена в тестовую выборку для контроля переобучения.

### **Анализ результатов**

Качество обученных моделей оценивалось по двум критериям:

- Среднеквадратическая ошибка (MSE) на тестовой выборке.
- Визуальное сравнение прогнозной кривой, сгенерированной сетью, с реальными данными (целевой функцией).

Сеть с недостаточным количеством нейронов в скрытом слое демонстрировала высокую ошибку и неспособность уловить сложность тенденций (недообучение).

Сеть с избыточным количеством нейронов (5 и более в одном слое или несколько слоев) при длительном обучении начинала «запоминать» обучающие данные, включая шум, что приводило к росту ошибки на тестовой выборке (переобучение).

Оптимальной для данной конкретной задачи оказалась архитектура с одним скрытым слоем, содержащим 3-4 нейрона. Такая сеть достигла баланса между аппроксимирующей способностью и способностью к обобщению.

### **Заключение**

Проведенное исследование подтверждает эффективность многослойных персептронов как универсального аппарата для аппроксимации нелинейных функций. Теоретический анализ основных

компонентов ИНС (нейрон, архитектура, алгоритм обучения) позволил осознанно подойти к практическому этапу построения модели. Эксперименты по прогнозированию валютного курса наглядно продемонстрировали, что качество нейросетевой аппроксимации критически зависит от корректного выбора структуры сети и параметров обучения. Ключевым является поиск «золотой середины», предотвращающей как недообучение (слишком простая модель), так и переобучение (слишком сложная модель). Метод обратного распространения ошибки доказал свою надежность как инструмент настройки весовых коэффициентов. Полученные результаты могут служить основой для применения нейросетевых методов в более сложных задачах анализа и прогнозирования данных в экономике, технике и научных исследованиях.

#### **Использованные источники:**

1. Хайкин, С. Нейронные сети: полный курс / С. Хайкин. – 2-е изд. – М. : Вильямс, 2006. – 1104 с.
2. Rumelhart, D. E. Learning representations by back-propagating errors / D. E. Rumelhart, G. E. Hinton, R. J. Williams // Nature. – 1986. – Vol. 323. – P. 533–536.
3. Головкин, В. А. Нейронные сети: обучение, организация и применение : учебное пособие / В. А. Головкин. – М. : ИПРЖР, 2001. – 256 с.
4. Cybenko, G. Approximation by superpositions of a sigmoidal function / G. Cybenko // Mathematics of Control, Signals and Systems. – 1989. – Vol. 2, № 4. – P. 303–314.
5. Bishop, C. M. Pattern Recognition and Machine Learning / C. M. Bishop. – New York : Springer, 2006. – 738 p.