

Сысоев А.Д.,

студент

2 курс, факультет "Прикладная математика и информатика"

ПушГЕНИ – филиал РОСБИОТЕХ

Россия, г. Пущино

Никитина Н.А.,

студент,

2 курс, факультет "Прикладная математика и информатика"

Волоцкова Р.Р.,

ПушГЕНИ — филиал РОСБИОТЕХ, старший преподаватель

Россия, г. Пущино

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПАРАМЕТРОВ НА СВОЙСТВА ЗАРЯЖЕННЫХ КОМПАКТНЫХ ОБЪЕКТОВ

*Аннотация:* В работе исследуется геодезическая структура и угол отклонения света для электрически заряженных черных дыр (ЧД) в рамках гравитационной теории с ненулевым вакуумным ожиданием поля Кальба–Рамонда, приводящим к нарушению симметрии Лоренца. Анализируются нулевые и временные геодезические, эффективные потенциалы, радиус фотонной сферы, а также движение заряженных частиц. Показано, что параметр нарушения Лоренца  $b$  и электрический заряд ЧД  $Q$  существенно изменяют геометрию пространство-времени, уменьшая радиус фотонной сферы и влияя на устойчивость круговых орбит. Установлено, что совместное действие  $b$  и  $Q$  может имитировать спин-параметр вращающейся черной дыры Керра вплоть до экстремальных значений  $a/M \approx 1$ , что ставит под вопрос возможность однозначного определения спина астрофизических кандидатов в ЧД без учёта Lorentz-нарушающих эффектов.

*Исследована энергия центра масс сталкивающихся нейтральных частиц, демонстрирующая уменьшение при росте параметра  $b$ . Методом слабого поля и с использованием теоремы Гаусса–Бонне вычислен угол отклонения света, чувствительный к Lorentz-нарушающему параметру. Полученные результаты важны для интерпретации наблюдений теней черных дыр и гравитационных волн.*

**Ключевые слова:** *петлевая квантовая гравитация, энергия, «модели шмеля», теории струн, поле Кальба–Рамонда, симметрию Лоренца.*

**Annotation:** *This paper examines the geodesic structure and light deflection angle for electrically charged black holes (BHs) within a gravitational theory with a nonzero vacuum expectation value of the Kalb–Ramond field, leading to Lorentz symmetry breaking. We analyze the zero- and time-dependent geodesics, effective potentials, the radius of the photon sphere, and the motion of charged particles. It is shown that the Lorentz-violating parameter  $b$  and the BH electric charge  $Q$  significantly alter the geometry of spacetime, reducing the radius of the photon sphere and affecting the stability of circular orbits. It was found that the combined action of  $b$  and  $Q$  can mimic the spin parameter of a rotating Kerr black hole up to extreme values of  $a/M \approx 1$ , calling into question the possibility of unambiguously determining the spin of astrophysical black hole candidates without taking Lorentz-violating effects into account. The center-of-mass energy of colliding neutral particles was studied, demonstrating a decrease with increasing  $b$ . Using the weak-field method and the Gauss–Bonnet theorem, the light deflection angle sensitive to the Lorentz-violating parameter was calculated. The obtained results are important for interpreting observations of black hole shadows and gravitational waves.*

**Keywords:** *loop quantum gravity, energy, bumblebee models, string theories, Kalb–Ramond field, Lorentz symmetry.*

Лоренцевская симметрия является краеугольным принципом современной физики, однако ряд теорий, таких как теория струн, петлевая

квантовая гравитация [1], гравитация Хорава–Лифшица [2] и другие [3-5], предсказывают возможность её нарушения на высоких энергиях. В качестве эффективного подхода к описанию спонтанного нарушения симметрии Лоренца (LSB) часто используется расширение Стандартной модели [6] и так называемые «модели шмеля» (bumblebee models) [7–10], в которых ненулевое вакуумное среднее (VEV) некоторого векторного поля приводит к выделенному направлению в пространстве-времени.

Особый интерес представляет поле Кальба–Рамонда (KR) – антисимметричный тензор второго ранга, естественным образом возникающий в гетеротической теории струн [9]. Неминимальная связь KR-поля с кривизной может индуцировать нарушение симметрии Лоренца [10]. В работе [11] было получено точное статическое сферически симметричное решение с VEV поля KR, а в последующих исследованиях [11-13] изучались движение частиц и гравитационное отклонение света в окрестности таких черных дыр. Недавно было представлено точное решение для электрически заряженной ЧД в присутствии KR-фона [13], обобщающее метрику Рейсснера–Нордстрёма (RN). Авторы AlBadawi, A. et al. (2024) и Akiyama, K. (2019) также получили ограничения на Lorentz-нарушающий параметр  $b$  из классических экспериментов в Солнечной системе (прецессия перигелия Меркурия, отклонение света, задержка сигнала Шапиро).

Цель настоящей работы – детальное исследование геодезической структуры такой RN-подобной ЧД, включая нулевые и временные геодезические, фотонную сферу, ISCO, энергию столкновений частиц, а также вычисление угла отклонения света в слабом поле. Особое внимание уделяется вопросу о том, могут ли эффекты нарушения Лоренца имитировать вращение ЧД Керра, что имеет прямое отношение к интерпретации наблюдений теней сверхмассивных черных дыр Akiyama, K. (2019) и Bardeen, J.M. (2072) и гравитационных волн Abbott, B.P. (2016, 2017).

Пространство-время электрически заряженной ЧД в гравитации с фоновым полем KR описывается линейным элементом:

$$ds^2 = -F(r)dt^2 + \frac{dr^2}{F(r)} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), \quad (1)$$

где

$$F(r) = \frac{1}{1-b} - \frac{2M}{r} + \frac{Q^2}{(1-b)^2 r^2}. \quad (2)$$

Здесь  $M$  – масса,  $Q$  – электрический заряд, а безразмерный параметр  $b$  характеризует нарушение симметрии Лоренца. При  $b = 0$  метрика переходит в метрику Рейсснера–Нордстрёма. Горизонты находятся из условия  $F(r)=0$ :

$$r_{\pm} = (1 - b) \left( M \pm \sqrt{M^2 - \frac{Q^2}{(1-b)^3}} \right). \quad (3)$$

Существование горизонтов требует выполнения неравенства  $Q^2/M^2 \leq (1 - b)^3$ . Параметр  $b$  ограничен очень малыми значениями из наблюдений в Солнечной системе (Таблица I), что позволяет рассматривать его как малую поправку к стандартной RN-геометрии. Скаляр Риччи, квадрат тензора Риччи и скаляр Кречмана зависят от  $b$  как линейно, так и нелинейно, что подтверждает нетривиальное влияние нарушения Лоренца на кривизну.

**Таблица 1.**

**Ограничения на параметр  $b$ , нарушающий Лоренца, из тестов Солнечной системы**

Солнечные испытания	Ограничения
Прецессия Меркурия	$-3.7 \times 10^{-12} \leq b \leq 1.9 \times 10^{-11}$
Отклонение света	$-1.1 \times 10^{-10} \leq b \leq 5.4 \times 10^{-10}$
Задержка времени Шапиро	$-6.1 \times 10^{-13} \leq b \leq 2.8 \times 10^{-14}$

Используя формализм Эйлера–Лагранжа, получены уравнения движения для фотонов. Эффективный потенциал для нулевых геодезических имеет вид:

$$V_{\text{eff}}(r, E, l) = E^2 r^2 - l^2 F(r). \quad (4)$$

Условия круговой фотонной орбиты одновременно решить  $\dot{r} = \ddot{r} = 0$ ,  $V_{\text{eff}} = 0$  приводят к уравнению на радиус фотонной сферы:

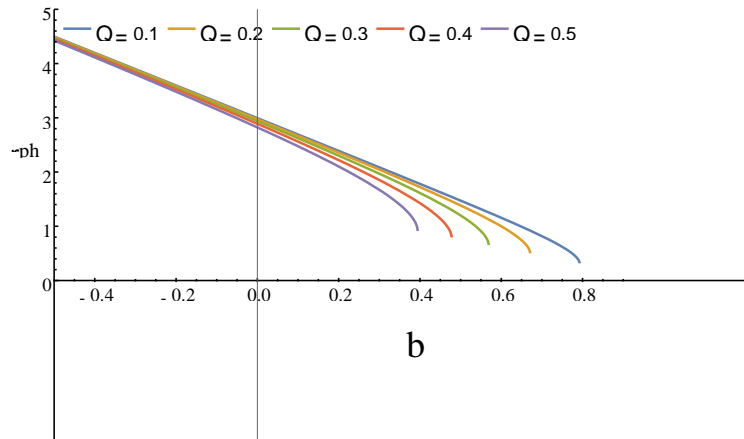
$$\frac{1}{1-b} - \frac{3M}{r_{\text{ph}}} + \frac{2Q^2}{(1-b)^2 r_{\text{ph}}^2} = 0, \quad (5)$$

решение которого:

$$r_{\text{ph}} = \frac{3}{2}(1-b)M + \frac{\sqrt{(1-b)(9(1-b)^3 M^2 - 8Q^2)}}{2(1-b)}. \quad (6)$$

В пределе  $b = 0$ ,  $Q = 0$  получаем шварцшильдовский радиус  $r_{\text{ph}} = 3M$ .

Графический анализ (Рис. 2) показывает, что увеличение как параметра  $b$ , так и заряда  $Q$  приводит к монотонному уменьшению радиуса фотонной сферы.



**Рисунок 2. Профиль фотонной сферы для различных значений заряда  $b$  и  $Q$ .**

Таким образом, нарушение Лоренца «стягивает» фотонную сферу к центру, действуя аналогично электрическому отталкиванию.

Для массивных частиц ( $\varepsilon = 1$ ) эффективный потенциал записывается как:

$$V_{\text{eff}}(r) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1-b} - \frac{2M}{r} + \frac{Q^2}{(1-b)^2 r^2} \right) \left( 1 + \frac{l^2}{r^2} \right). \quad (7)$$

Кривые эффективного потенциала для различных значений углового момента  $l$  имеют единственный максимум, что указывает на существование

неустойчивых круговых орбит. Условия —  $g(u) = 0$  и  $g'(u) = 0$  позволяют найти энергию и угловой момент круговой орбиты радиуса  $r_c = 1/u$ .

$$E^2 = \frac{\left(\frac{1}{1-b} - 2Mu_c + \frac{Q^2}{(1-b)^2} u_c^2\right)^2}{D}, \quad l^2 = \frac{M - \frac{Q^2}{(1-b)^2} u_c}{D} \quad (8)$$

с  $D = \frac{1}{1-b} - 3Mu_c + \frac{2Q^2}{(1-b)^2} u_c^2 > 0$ . Уравнение для радиуса ISCO получается из  $d^2V_{eff}/dr^2 = 0$ . Интегрирование уравнения траектории второго порядка даёт выражение для  $\varphi(r)$ .

Одним из наиболее интересных результатов является возможность имитации спин-параметра керровской чёрной дыры посредством параметра нарушения Лоренца  $b$  и заряда  $Q$ . Сравнивая радиус ISCO для RN-подобной ЧД с выражением Бардина для ISCO в метрике Керра [41]:

$$r_{ISCO}^{Kerr} = 3 + Z_2 \pm \sqrt{(3 - Z_1)(3 + Z_1 + 2Z_2)}, \quad (9)$$

где  $Z_1 = 1 + (\sqrt[3]{1+a} + \sqrt[3]{1-a})\sqrt[3]{1-a^2}$ ,  $Z_2 = \sqrt{3a^2 + Z_1^2}$ . При определённых значениях  $b$  и  $Q$  можно достичь  $a/M \approx 1$ , то есть предельного керровского вращения. Это означает, что удалённый наблюдатель, анализируя, например, излучение аккреционного диска, может ошибочно приписать наблюдаемые особенности вращению, тогда как на самом деле они вызваны Лоренц-нарушающими эффектами. Следовательно, текущая точность измерений спина чёрных дыр (например, M87) не исключает присутствия параметра  $b$ .

Для вычисления угла отклонения света используется подход слабого поля и теорема Гаусса–Бонне. Метрика (1) в постньютоновском приближении даёт поправку к стандартному углу отклонения, пропорциональную параметру  $b$ . Из сравнения с наблюдениями (отклонение света Солнцем) получены ограничения на  $b$  (Таблица I). Показано, что угол отклонения увеличивается с ростом  $b$ , что может быть проверено в будущих гравитационно-линзовых экспериментах.

В работе проведено исследование геодезической структуры и угла отклонения света для заряженной компактного объекта в гравитации с

фоновым полем Кальба–Рамонда, нарушающим симметрию Лоренца. Радиус фотонной сферы уменьшается как при увеличении параметра нарушения Лоренца  $b$ , так и при росте электрического заряда  $Q$ , что свидетельствует об эффективном отталкивании. Впервые показано, что комбинация  $b$  и  $Q$  способна имитировать вращение чёрной дыры Керра с параметром спина вплоть до  $a/M = 1$ . Это ставит под сомнение возможность уникального определения спина астрофизических чёрных дыр без учёта Лоренц-нарушающих эффектов. Энергия центра масс сталкивающихся частиц уменьшается с ростом  $b$ , что влияет на ожидаемый спектр высокоэнергичных частиц от аккреционных дисков.

Полученные результаты открывают новые возможности для проверки нарушения симметрии Лоренца с помощью наблюдений теней чёрных дыр, гравитационных волн и данных гравитационного линзирования.

#### **Использованные источники:**

1. Полчинский Дж. Теория струн. Издательство Кембриджского университета, (1998).
2. Ровелли, К. Квантовая гравитация. Издательство Кембриджского университета, (2004).
3. Хорава П. Физ. Ред. Д 79стр, - 084008 идентификатор статьи (2009).
4. Дуглас М.Р., Некрасов Н.А. Преподобный Мод. Физ. 73, 977-1029стр (2001).
5. Колладай Д., Костелецкий В.А. Физ. Ред. Д 58, 116002 (1998).
6. Калб М., Рамонд П. Phys. Ред. Д 9, 2273–2284стр (1974).
7. Костелецкий В.А., Самуэль С. Физ. Ред. Д 39, 683 стр (1989).
8. Лесса Л.А. и др. Энн. Физ. (Берлин) 532стр, 2000048 (2020).
9. Малуф Р.В. и др. Phys.Rev.D 103стр, 044043 идентификатор статьи (2021).