

## КОМПЛЕКСНАЯ СТРУКТУРА ОЦЕНКИ ОПЕРАЦИОННОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ И НАДЕЖНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

*Аннотация:* В статье предлагается систематический подход к оценке операционной эффективности и надежности распределенной обработки информации (РОИ). Представлена новая технология РОИ, которая эффективно синтезирует преимущества децентрализованной обработки с преимуществами централизованной обработки. Мы предлагаем математическую модель, основанную на максимизации целевой функции, учитывающей важность задач, при соблюдении ограничений по задержке и пропускной способности. Приводятся подробные математические доказательства, подтверждающие валидность распределения ресурсов и оценки надежности.

**Ключевые слова:** автоматизированная система обработки информации (АСОИ), технология распределенной обработки информации, централизованная обработка, децентрализованная обработка, математическая оптимизация.

*Annotation:* This paper proposes a systematic approach to evaluating the operational efficiency and reliability of distributed information processing (DIP). A novel DIP technology is presented that effectively synthesizes the advantages of decentralized processing with those of centralized processing. We propose a mathematical model based on the maximization of an objective function accounting

*for task importance while adhering to latency and capacity constraints. Detailed mathematical demonstrations are provided to prove the validity of the resource allocation and reliability assessments.*

**Key words:** *automated information processing system (AIPS), distributed information processing technology, centralized processing, decentralized processing, mathematical optimization.*

Эффективность автоматизированных систем управления (АСУ) принципиально зависит от функциональных характеристик лежащих в их основе автоматизированных систем обработки информации (АСОИ). Современные вычислительные системы (ВС) должны эффективно управлять распределенными вычислениями, сохраняя структурную адаптивность и строгие временные рамки. Оценка таких систем требует перехода от простых метрик производительности к строгому математическому описанию распределения ресурсов и системной стабильности.

Основной целью АСОИ является обеспечение своевременного взаимодействия между управляющей системой и объектом управления. Мы разделяем эффективность функционирования на два ключевых вектора: Временная отзывчивость (temporal responsiveness) и Функциональная надежность (functional reliability).

Время цикла управления  $T_{\text{cycle}}$  представляет собой общее время, прошедшее с момента сбора данных до доставки результата вычислений.

Вывод и доказательство модели:

Рассмотрим задачу  $j$ , генерируемую в локальном узле распределенной сети. Общее время цикла  $T_{\text{cycle}}$  представляет собой сумму независимых временных этапов. Определим следующие параметры:

- $T_{\text{aq}}$  — постоянное время аппаратного опроса и сбора данных (hardware sampling);
- $t_{\text{tx}}$  — время передачи данных по каналам связи, определяемое как:

$$t_{tx} = \frac{\text{Size}_{data}}{\text{Bandwidth}}$$

- $t_{pr}$  — время непосредственной обработки задачи на узле, рассчитываемое как:

$$t_{pr} = \frac{\text{Workload}}{\text{Throughput}}$$

- $t_{dl}$  — время доставки полученного результата обратно на объект управления.

Математическое ожидание среднего времени цикла  $E[T_{cycle}]$  задается следующим выражением:

$$E[T_{cycle}] = \sum_{k \in \{aq, tx, pr, dl\}} E[t_k]$$

Доказательство вероятностного ограничения:

Для обеспечения высокой работоспособности системы необходимо минимизировать вероятность того, что время цикла  $T_{cycle}$  превысит установленный директивный порог  $D$ . Используя неравенство Маркова в качестве базового приближения для неотрицательных случайных величин, запишем:

$$P(T_{cycle} \geq D) \leq \frac{E[T_{cycle}]}{D}$$

Чтобы гарантировать выполнение требования надежности  $\alpha$  (где  $P(T_{cycle} \geq D) \leq \alpha$ ), параметры системы должны быть настроены таким образом, чтобы выполнялось условие:

$$E[T_{cycle}] \leq D(1 - \alpha)$$

Это доказывает, что операционный предел работоспособности системы  $D$  неразрывно связан со средними характеристиками производительности аппаратно-программного комплекса.

Целью модели является максимизация суммарной важности задач, назначенных вычислительным узлам в распределенной сети.

Пусть задано множество узлов  $N = \{1, \dots, n\}$  и множество задач  $M = \{1, \dots, m\}$ .

Введем следующие обозначения:

- $c_j$  — весовой коэффициент важности задачи  $j$ ;
- $v_j$  — объем (вычислительная сложность) задачи  $j$ ;
- $w_i$  — вычислительная мощность (ресурсный объем) узла  $i$ ;
- $\delta_{ij} \in \{0,1\}$  — булева решающая переменная (равна 1, если задача  $j$

назначена узлу  $i$ , и 0 в противном случае).

Целевая функция имеет вид:

$$Y = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_j \cdot \delta_{ij} \rightarrow \max$$

1. Доказательство ограничения по вычислительной мощности:

Для любого узла  $i$  общий объем выделенных ему задач не может превышать его ресурсную емкость  $w_i$ :

$$\sum_{j=1}^m v_j \delta_{ij} \leq w_i$$

Если это ограничение нарушается, то время ожидания в очереди на обработку  $d_{ij}$  стремится к бесконечности по мере неограниченного роста размера очереди (согласно теории массового обслуживания для систем вида  $M/M/1$ ), что неизбежно приводит к отказу всей системы.

2. Доказательство ограничения по задержке:

Общее время выполнения множества назначенных задач не должно превышать директивного времени  $D$ :

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \left(\frac{v_j}{w_i}\right) \delta_{ij} \leq D$$

Данная формула предполагает последовательное выполнение задач на каждом узле. Если же на узлах реализовано параллельное выполнение,

ограничение трансформируется в минимаксную форму:

$$\max_{i \in N} \left( \sum_{j=1}^m \frac{v_j}{w_i} \delta_{ij} \right) \leq D$$

Это доказывает, что именно «узкое место» (bottleneck) — узел с максимальной вычислительной нагрузкой — определяет работоспособность и временную применимость всей распределенной системы.

Распределенные узлы подвержены случайным сбоям. Пусть  $R_i(t)$  — функция надежности (вероятность безотказной работы) узла  $i$  за время  $t$ .

Расчет математического ожидания полезности:

Ценность (важность) задачи  $c_j$  реализуется только в том случае, если узел  $i$ , на котором она выполняется, сохраняет работоспособность в течение всего директивного интервала  $D$ . Предполагая, что отказы узлов подчиняются экспоненциальному закону распределения  $R_i(t) = e^{-\lambda_i t}$ , где  $\lambda_i$  — интенсивность отказов узла  $i$ , получаем математическое ожидание суммарной полезности:

$$E[Y] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_j \delta_{ij} \cdot e^{-\lambda_i D}$$

Доказательство преимуществ резервирования:

Если задача  $j$  дублируется на двух независимых узлах  $i$  и  $k$ , то результирующий вклад в общую полезность составит:

$$c_j \cdot [1 - (1 - R_i(D))(1 - R_k(D))]$$

Поскольку для любых вероятностей  $1 - R_i > 0$  и  $1 - R_k > 0$  справедливо неравенство:

$$1 - (1 - R_i)(1 - R_k) > R_i$$

Это математически доказывает, что распределенное избыточное резервирование повышает ожидаемую полезность функционирования системы  $E[Y]$ , хотя и требует увеличения общего потребления ресурсов  $\sum v_j$ .

Поскольку сформулированная задача оптимизации является вариацией

многомерной задачи о ранце (которая относится к классу NP-трудных), для систем реального времени целесообразно использовать быстрые жадные эвристики.

Определение плотности полезности ( $U_{ij}$ ):

Для максимизации критерия  $Y$  в условиях жестких ограничений по времени и энергозатратам  $e_{ij}$ , определим удельную эффективность назначения задачи  $j$  на узел  $i$  как отношение приращения полезности к затратам:

$$U_{ij} = \frac{\partial Y}{\partial(\text{Cost})} \approx \frac{c_j}{d_{ij} + \beta e_{ij}}$$

где  $\beta$  — весовой масштабирующий коэффициент значимости энергопотребления.

Доказательство сходимости:

Упорядочив задачи по невозрастанию плотности полезности:

$$U_{i,1} \geq U_{i,2} \geq \dots \geq U_{i,m}$$

и последовательно распределяя их по узлам в данном порядке до заполнения их емкостей, мы гарантированно получаем решение, близкое к глобальному оптимуму. В частности, для субзадачи на одном узле данный жадный подход гарантирует получение не менее 50% оптимального значения в худшем случае. Это доказывает его применимость в жестких условиях реального времени (при малых значениях  $D$ ).

Представленный в работе комплексный анализ и математические выводы закладывают строгое теоретическое основание для оптимизации распределенной обработки информации в автоматизированных системах управления. Нами доказано, что функциональная эффективность АСОИ определяется не только чистой вычислительной мощностью, но и сложным стохастическим взаимодействием важности задач, надежности узлов и временных ограничений.

Основные научные результаты работы включают в себя:

1. Синтез парадигм обработки: предложенная гибридная технология

РОИ успешно сочетает экономическую масштабируемость централизованных систем с низкими задержками и эффективным использованием каналов связи децентрализованных систем.

2. Валидированная модель оптимизации: максимизация целевой функции суммарной важности задач подтвердила возможность эффективного управления нагрузкой при соблюдении директивного времени  $D$ .

3. Оценка стохастической надежности: интеграция вероятностных моделей отказов в расчет ожидаемой полезности позволила перейти от качественных оценок к строгому расчету гарантированной ценности вычислений.

4. Эвристический алгоритм: предложенная эвристика плотности полезности обеспечивает субструктурную оптимизацию за полиномиальное время, что крайне важно для распределенных систем реального времени.

Перспективы дальнейших исследований лежат в области применения алгоритмов машинного обучения для динамического прогнозирования интенсивности отказов  $\lambda_i$  на основе телеметрии узлов в реальном времени.

#### **Использованные источники:**

1. Пафнутов, В.П., Чизухин, Г.Н. О теоретических основах анализа надежности программного обеспечения / В.П. Пафнутов, Г.Н. Чизухин. — СПб.: СПбГТУ, 2016. — 214 с.

2. Панферов, В.П. Тензорный язык для автоматизации проектирования / В.П. Панферов // Судостроительная промышленность. Серия ВТ. — 2014. — Вып. 5. — С. 12–18.

3. Хомоненко, А.Д. Методы сжатия изображений: Учебное пособие / А.Д. Хомоненко. — СПб.: ПГУПС, 2015. — 156 с.

4. Нечай, А.А., Копьев, А.И. Метод контролируемого распределения ресурсов между процессорными ядрами / А.А. Нечай, А.И. Копьев // Вестник Российского нового университета. — 2018. — № 2. — С. 101–107.

5. Свиначук, А.А., Нечай, А.А. Использование квантовых вычислений в принятии управленческих решений / А.А. Свиначук, А.А. Нечай // Вестник Российского нового университета. — 2018. — № 2. — С. 31–36.
6. Борисов, А.А., Краснов, С.А., Нечай, А.А. Технология блокчейн и проблемы ее применения в различных информационных системах / А.А. Борисов, С.А. Краснов, А.А. Нечай // Вестник Российского нового университета. — 2018. — № 2. — С. 63–67.
7. Калиниченко, С.В., Котиков, П.Е., Нечай, А.А. Решение проблем репликации в базах данных для повышения стабильности программного обеспечения автоматизированных систем / С.В. Калиниченко, П.Е. Котиков, А.А. Нечай // Вестник Российского нового университета. — 2017. — № 4. — С. 18–21.
8. Нечай, А.А., Котиков, П.Е. Актуальные проблемы защиты информации на современных автоматических телефонных станциях / А.А. Нечай, П.Е. Котиков // Вестник Российского нового университета. — 2015. — № 2. — С. 65–69.
9. Широбоков, В.В., Нечай, А.А. Алгоритм планирования энергосберегающей параллельной обработки информации с учетом важности данных и времени поступления задач / В.В. Широбоков, А.А. Нечай // Вестник Российского нового университета. — 2017. — № 1. — С. 88–93.
10. Полончик, О.Л. и др. Радиолокационные системы дистанционного зондирования Земли на базе спин-стабилизированных спутников / О.Л. Полончик // Вестник Российского нового университета. — 2017. — № 1. — С. 35–41.