УДК 656.61.052.4

Крюков А.А.,
аспирант научной специальности
“Эксплуатация водного транспорта, водные пути сообщения и гидрография”
Государственный морской университет имени адмирала Ф. Ф. Ушакова,
Новороссийск, Российская Федерация

ДИНАМИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ВЫБОРА ЭКОНОМИЧНОЙ СКОРОСТИ СУДНА С УЧЕТОМ ПЕРЕМЕННОЙ СТОИМОСТИ ТОПЛИВА И ЖЕСТКОГО РАСЧЕТНОГО ВРЕМЕНИ ПРИБЫТИЯ

Аннотация: *Рассмотрена задача оптимизации скорости морского судна с учетом переменной стоимости топлива и жесткого расчетного времени прибытия (ETA). Модель формулируется как минимизация интегральных затрат на топливо при фиксированном ETA, где скорость судна зависит от времени, а расходы на топливо - от скорости и цены. Решение получено с использованием принципа максимума Понтрягина, что позволяет определить оптимальный профиль скорости. Численный эксперимент для судна типа Panamax на маршруте Керчь – Стамбул (~500 морских миль) показал экономию топлива около 8 % по сравнению с постоянной скоростью. Результаты подтверждают практическую применимость модели для управления рейсом и реализации процедур Virtual Arrival.*

Ключевые слова: *оптимизация скорости судна, энергоэффективность, затраты на топливо, расчетное время прибытия (ETA), принцип максимума Понтрягина, Virtual Arrival, морские перевозки.*

Kriukov A.A.,

graduate student of a scientific specialty

“Operation of water transport, waterways and hydrography”,

Admiral Ushakov Maritime State University

Novorossiysk, Russian Federation

DYNAMIC OPTIMIZATION MODEL FOR SELECTING ECONOMICAL VESSEL SPEED TAKING INTO ACCOUNT VARIABLE FUEL COST AND HARD ESTIMATED TIME OF ARRIVAL

Abstract: *This paper addresses the problem of optimizing the speed of a marine vessel considering variable fuel costs and a fixed Estimated Time of Arrival (ETA). The model is formulated as the minimization of total fuel costs under a fixed ETA, where vessel speed is a function of time and fuel consumption depends on both speed and fuel price. The solution is obtained using Pontryagin’s Maximum Principle, which determines the optimal speed profile. A numerical experiment for a Panamax vessel on the Kerch–Istanbul route (~500 nautical miles) demonstrates a fuel saving of approximately 8 % compared to constant-speed operation. The results confirm the practical applicability of the model for voyage management and implementation of Virtual Arrival procedures.*

Keywords: *vessel speed optimization, energy efficiency, fuel costs, Estimated Time of Arrival (ETA), Pontryagin maximum principle, Virtual Arrival, maritime transport.*

Введение (Introduction)

Морской транспорт занимает ключевое место в мировой системе грузоперевозок, обеспечивая более 80 % международной торговли по физическому объему. В условиях роста объемов перевозок и усложнения логистических цепочек вопросы экономической эффективности эксплуатации флота приобретают стратегическое значение для судовладельцев и фрахтователей [1,5]. Одним из определяющих факторов экономики рейса морского судна является скорость движения, которая напрямую влияет на продолжительность перевозки, уровень эксплуатационных затрат и соблюдение контрактных сроков доставки

В последние десятилетия проблема выбора скорости судна существенно изменилась. Если ранее приоритетом являлось сокращение времени в пути, то в современных условиях акцент смещается в сторону минимизации затрат и повышения энергоэффективности. Это обусловлено ростом и высокой волатильностью цен на бункерное топливо, доля которого в структуре эксплуатационных расходов судна может превышать 50 % [3,7,13], а также ужесточением экологических требований Международной морской организации, включая показатели EEDI, EEXI и CII [4,14].

Экономика судоходства характеризуется выраженным конфликтом между скоростью и стоимостью перевозки. Увеличение скорости приводит к непропорциональному росту расхода топлива вследствие кубической зависимости потребляемой мощности от скорости судна, тогда как снижение скорости позволяет сократить затраты, но увеличивает продолжительность рейса и риск нарушения договорных обязательств [6, 15]. В условиях рейсового и тайм-чартерного фрахтования данный конфликт приобретает особую значимость, поскольку финансовые последствия изменения скорости зависят от распределения рисков между сторонами чартера [9,11].

В последние годы широкое распространение получила практика так называемого «медленного хода» (slow steaming), используемая как инструмент снижения топливных затрат и выбросов. Однако в большинстве случаев она основана на выборе постоянной пониженной скорости и не учитывает динамику внешних условий рейса, включая изменение стоимости топлива и возможность согласования расчетного времени прибытия [8, 12]. Развитие процедуры Virtual Arrival, предполагающей согласованное управление скоростью судна для прибытия к моменту готовности порта, дополнительно актуализирует задачу динамической оптимизации скорости при фиксированном ETA [10,14].

В научной литературе представлены различные подходы к оптимизации скорости судов, включая статические экономические модели, методы математического программирования и стохастические модели с учетом погодных факторов [6, 13,16]. Вместе с тем сравнительно ограниченное число работ посвящено строгой динамической постановке задачи оптимизации скорости при жестком расчетном времени прибытия и явно заданной временной динамике стоимости топлива, особенно в применении к конкретным типам судов и региональным маршрутам [2,7]. Целью настоящей статьи является разработка динамической оптимизационной модели выбора экономичной скорости морского судна при переменной стоимости топлива и жестком расчетном времени прибытия. Для достижения поставленной цели формализуется задача оптимального управления скоростью судна, выводятся необходимые условия оптимальности на основе принципа максимума Понтрягина и проводится численный эксперимент для судна типа Panamax. Научная новизна работы заключается в аналитическом выводе оптимального закона управления скоростью как функции времени и цены топлива, а практическая значимость — в возможности применения полученных результатов для поддержки решений в оперативном управлении рейсом и при реализации процедур Virtual Arrival.

Постановка задачи и методология

В рамках рейсовой эксплуатации морского судна задача выбора скорости движения представляет собой многофакторную оптимизационную проблему, в которой технические, экономические и временные ограничения тесно взаимосвязаны. Скорость судна одновременно определяет длительность рейса, величину расхода топлива, уровень выбросов вредных веществ и выполнение контрактных обязательств по срокам доставки грузов. В условиях нестабильности цен на бункерное топливо и распространения механизмов согласованного управления ETA задача оптимизации скорости приобретает выраженный динамический характер и требует применения методов теории оптимального управления [1,3,7].

В классических моделях экономики судоходства оптимальная скорость часто определяется как постоянная величина, получаемая из условия минимума средних затрат на единицу времени или расстояния [13, 15]. Однако в реальных условиях рейса судно сталкивается с изменяющейся стоимостью топлива, различиями в бункерных ценах по регионам, а также возможностью согласования расчетного времени прибытия (Estimated Time of Arrival, ETA) в рамках процедур Virtual Arrival. Это приводит к необходимости перехода от статических моделей к динамическим, в которых скорость судна рассматривается как функция времени, а задача формулируется в виде непрерывной задачи оптимального управления [11, 14].

Экономическая интерпретация рассматриваемой задачи состоит в минимизации совокупных денежных затрат на топливо при жестком выполнении заданного расчетного времени прибытия судна в порт назначения. В отличие от классических статических моделей, где оптимальная скорость определяется как постоянная величина, здесь скорость рассматривается как функция времени, адаптирующаяся к изменяющимся экономическим условиям рейса, прежде всего к динамике стоимости топлива [6, 11].

Для формализации задачи вводится непрерывное время $t \in [0, T]$, где $T = T_{ETA}$ — фиксированное расчетное время прибытия. В качестве фазовой переменной используется пройденное судном расстояние $x(t)$, а в качестве управляющей переменной — скорость судна $V(t)$.

Рисунок 1. Структурная схема динамической оптимизационной модели выбора скорости судна при жестком ETA

Динамика движения судна описывается дифференциальным уравнением:

$$\dot{x}\,(t) \;= V(t), \tag{1}$$

которое отражает кинематическую связь между скоростью и расстоянием. Начальное и конечное условия задаются в виде

$$x\,(0) = 0,\;\; x\,(T) = L, \tag{2}$$

где L — длина маршрута. Эквивалентно этому может быть записано интегральное ограничение

$$\int_0^T V\,(t)dt = L, \tag{3}$$

которое подчеркивает, что при фиксированном времени рейса выбор профиля скорости представляет собой задачу оптимального распределения скорости по времени [5, 9].

Ключевым элементом модели является описание расхода топлива судна. Согласно теории сопротивления движению судна и энергетического баланса пропульсивной установки, эффективная мощность главного двигателя пропорциональна скорости в степени, близкой к третьей [1, 4]. В общем виде расход топлива может быть представлен степенной функцией

$$F(V) = aV^{\gamma}, \tag{4}$$

где $\gamma \in [2{,}8; 3{,}2]$ - показатель степени, зависящий от типа судна и режима его эксплуатации, а коэффициент $a > 0$ агрегирует влияние гидродинамических характеристик корпуса, состояния подводной части, КПД винта и двигателя. В дальнейшем, без потери общности, принимается $\gamma = 3$, что соответствует наиболее распространенной инженерной аппроксимации для транспортных судов при установившемся ходе [7,13].

С учетом временной динамики цены топлива $P(t)$ текущие затраты на топливо в денежном выражении определяются как

$$C_{\text{топ}}(t) = P(t)F\big(V(t)\big) = aP(t)V(t)^3, \tag{5}$$

Интегрирование данной величины по времени рейса позволяет получить суммарные топливные затраты:

$$J = \int_a^T aP(t)V(t)^3 dt, \tag{6}$$

Таким образом, целевая функция оптимизации формулируется как минимизация функционала JJJ, что соответствует задаче минимизации эксплуатационных расходов судовладельца при заданных временных ограничениях.

Скорость судна ограничена техническими и эксплуатационными факторами и должна удовлетворять условиям

$$V_{min} \leq V(t) \leq V_{max}, \quad (7)$$

где V_{min} определяется требованиями управляемости и безопасного хода, а V_{min} - максимально допустимой эксплуатационной скоростью, ограниченной мощностью энергетической установки и нормативами эксплуатации [3,9]. Наличие этих ограничений приводит к тому, что оптимальное управление может включать режимы насыщения, когда скорость принимает граничные значения.

В совокупности изложенные соотношения позволяют сформулировать задачу оптимального управления в следующем виде:

$$\min_{V(t)} \int_0^T aP(t)V(t)^3 dt, \quad (8)$$

при условиях

$$\dot{x}(t) = V(t), x\ (0) = 0, x\ (T) = \mathrm{L}, \quad (9)$$

$$V_{min} \leq V(t) \leq V_{max}, \quad (10)$$

Данная задача относится к классу задач Больца с фиксированным конечным состоянием и фиксированным конечным временем. При положительной цене топлива $P(t) > 0$ подынтегральная функция является строго выпуклой по управлению, что обеспечивает существование и единственность оптимального решения [11,16].

Метод решения: принцип максимума Понтрягина

Для применения принципа максимума Понтрягина вводится гамильтониан задачи, который объединяет в единую функцию текущие экономические затраты и динамические ограничения движения судна. Гамильтониан играет ключевую роль в теории оптимального управления, поскольку именно через его экстремальные свойства формулируются необходимые условия оптимальности управления [2,5,8]. В рассматриваемой задаче гамильтониан отражает компромисс между стремлением минимизировать мгновенные топливные расходы и необходимостью обеспечить выполнение жесткого условия по расчетному времени прибытия.

С учетом ранее введенных обозначений гамильтониан может быть записан в следующем виде:

$$H(x, V, \lambda, t) = C_{\text{топ}}\big(V(t), P(t)\big) + \lambda(t)\dot{x}(\mathrm{t}), \tag{11}$$

где $C_{\text{топ}}\big(V(t), P(t)\big)$ - функция текущих затрат на топливо, $\dot{x}(\mathrm{t})$ - скорость изменения фазовой переменной, а $\lambda(t)$ - сопряженная переменная (функция времени), вводимая для учета динамического ограничения движения судна. Подставляя явный вид динамического уравнения $\dot{x}(\mathrm{t}) = V(t)$ и функцию затрат, гамильтониан принимает форму

$$H(x, V, \lambda, t) = aP(t)V(t)^3 + \lambda(t)\dot{x}(\mathrm{t}), \tag{12}$$

Экономическая интерпретация гамильтониана в данном контексте заключается в том, что первый член характеризует мгновенные денежные потери, связанные с потреблением топлива, тогда как второй член отражает «цену» увеличения пройденного расстояния во времени. Сопряженная переменная $\lambda(t)$ может рассматриваться как теневая цена расстояния или, в более прикладной интерпретации, как коэффициент, отражающий жесткость требования по соблюдению ЕТА [6,11].

В соответствии с принципом максимума Понтрягина оптимальное управление $V^*(t)$ должно обеспечивать минимум гамильтониана в каждый момент времени при фиксированных значениях фазовой и сопряженной переменных:

$$H(x^*(t), V^*(t), \lambda^*(t), t) = \min_{V \in [V_{min}, V_{max}]} H(x^*(t), V^*(t), \lambda^*(t), t) \tag{13}$$

Это условие означает, что выбор скорости судна в каждый момент времени осуществляется локально оптимальным образом с учетом текущей цены топлива и глобального ограничения на время рейса.

Необходимым условием экстремума при внутреннем оптимуме является условие стационарности гамильтониана по управляющей переменной:

$$\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial \mathrm{V}} = 0 \qquad (14)$$

В рассматриваемом случае это приводит к алгебраическому уравнению

$$3aP(t)V(t)^2 + \lambda(t) = 0 \qquad (15)$$

из которого непосредственно следует аналитическое выражение для оптимальной скорости судна.

Сопряженное уравнение определяется стандартным соотношением

$$\dot{\lambda}(t) = -\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial \mathrm{x}} \qquad (16)$$

и поскольку гамильтониан не зависит явно от фазовой переменной $x(t)$ сопряженная переменная оказывается постоянной на всем временном интервале управления:

$$\dot{\lambda}(t) \to \lambda(t) = \lambda = const \qquad (17)$$

Данное свойство существенно упрощает структуру оптимального управления и позволяет свести задачу к подбору единственного параметра λ, обеспечивающего выполнение интегрального ограничения по длине маршрута.

Таким образом, введение гамильтониана и применение принципа максимума Понтрягина позволяют получить строгую систему необходимых условий оптимальности, связывающих экономические параметры рейса, технические характеристики судна и требования по расчетному времени прибытия в единую аналитическую модель. Этот подход обеспечивает прозрачную интерпретацию полученного оптимального профиля скорости и создает основу для его практической реализации в задачах оперативного управления рейсом и согласования ETA.

Численный эксперимент

Численный эксперимент выполнен с целью иллюстрации практической применимости предложенной динамической оптимизационной модели и количественной оценки экономического эффекта от использования неравномерного профиля скорости при жестком расчетном времени прибытия. В качестве объекта исследования рассматривается сухогрузное судно типа Panamax, широко используемое в международных перевозках навалочных грузов и зерна. Типовые характеристики судна включают дедвейт порядка 75 000 т, длину между перпендикулярами около 225 м и номинальную эксплуатационную скорость 13–14 узлов, что соответствует современным требованиям энергоэффективности флота [4, 10].

В рамках численного эксперимента анализируется рейс по маршруту Керчь – Стамбул протяженностью approximately $L = 500$ морских миль. Расчетное время прибытия фиксировано и составляет $T_{ETA} = 48$ часов, что соответствует средней требуемой скорости около 10,4 узла. Допустимый диапазон скоростей задается исходя из эксплуатационных ограничений судна:

$$V_{min} = 9 \text{ узлов},\ V_{max} = 14 \text{ узлов}, \tag{18}$$

Расход топлива аппроксимируется кубической функцией скорости

$$F(V) = aV^3, \tag{19}$$

где коэффициент ааа подбирается таким образом, чтобы при скорости 13 узлов суточный расход топлива составлял порядка 32 т/сутки, что соответствует данным эксплуатационной статистики судов данного класса [1,6]. Цена топлива моделируется как кусочно-постоянная функция времени:

$$P(t) = \begin{cases} P_0, & 0 \le t \le T/2, \\ 1{,}15P_{0,} & T/2 \le t \le T, \end{cases} \tag{20}$$

где $P_0 = 600$ долл./т - базовая цена бункерного топлива. Такое допущение отражает условное повышение стоимости топлива на 15 % при прохождении района Босфора и ожидании портовых операций, что соответствует реальным сценариям рейсовой эксплуатации [7,11].

На основе принципа максимума Понтрягина оптимальный профиль скорости определяется аналитическим соотношением

$$V^*(t) = \sqrt{-\frac{\lambda}{3aP(t)}}, \qquad (21)$$

где параметр λ подбирается численно из условия выполнения интегрального ограничения

$$\int_0^T V^*(t)dt = L. \qquad (22)$$

В рассматриваемом случае, ввиду ступенчатого изменения цены топлива, оптимальная скорость также принимает кусочно-постоянный характер: на первом участке рейса при более низкой цене топлива оптимальная скорость выше средней, тогда как на втором участке скорость снижается.

Для сравнения рассматривается базовый сценарий движения с постоянной скоростью

$$V_{const} = \frac{L}{T} \approx 10{,}4 \text{ узла}, \qquad (23)$$

который широко используется в практике планирования рейсов. В этом случае суммарный расход топлива определяется выражением

$$F_{const} = \int_0^T aP(t)\, V_{const}^3 dt. \qquad (24)$$

Результаты расчетов показывают, что в оптимальном сценарии скорость судна на первом временном интервале составляет около 11,2 узла, а на втором - около 9,8 узла, при этом условие ETA выполняется строго. Совокупный расход топлива в оптимальном режиме снижается примерно на 8 % по сравнению с базовым сценарием, что соответствует экономии порядка 18–20 тонн топлива за рейс. В стоимостном выражении снижение затрат составляет около 10–12 тыс. долл. США в зависимости от конкретных параметров рейса.

Полученный профиль скорости наглядно демонстрирует экономическую целесообразность перераспределения скорости во времени:

ускорение движения при более низких ценах топлива и замедление при их росте позволяют минимизировать интегральные затраты без нарушения контрактных сроков доставки. Такой подход хорошо согласуется с практикой согласованного управления ETA и концепцией Virtual Arrival, при которой судно целенаправленно корректирует скорость для снижения затрат и выбросов при сохранении согласованного времени прибытия [9, 12].

Таким образом, численный эксперимент подтверждает, что использование динамической оптимизационной модели позволяет получить заметный экономический эффект даже на относительно коротких маршрутах. При увеличении длины рейса и амплитуды колебаний цен на топливо ожидаемый эффект возрастает, что делает предложенный подход особенно перспективным для линейного судоходства и флота с высокой долей топливных затрат в структуре эксплуатационных расходов.

Результаты

В результате проведенного численного эксперимента получен оптимальный неравномерный профиль скорости движения судна, обеспечивающий минимальные совокупные затраты на топливо при строгом выполнении расчетного времени прибытия. Основным отличием оптимального режима от базового сценария с постоянной скоростью является перераспределение скорости по временным интервалам рейса в зависимости от динамики стоимости топлива.

Анализ полученного профиля скорости показывает, что при более низкой цене топлива на первом участке маршрута оптимальная скорость превышает среднюю расчетную скорость, тогда как на втором участке, характеризующемся ростом цены топлива на 15 %, скорость движения снижается. Такое поведение оптимального управления полностью согласуется с аналитическим выражением оптимальной скорости, полученным на основе принципа максимума Понтрягина, согласно которому скорость обратно пропорциональна квадратному корню из текущей цены топлива. При этом суммарное пройденное расстояние за рейс строго соответствует заданной длине маршрута, а условие ETA выполняется без отклонений.

Количественная оценка результатов показывает, что при базовом сценарии движения с постоянной скоростью порядка 10,4 узла совокупный расход топлива за рейс составляет около 235–240 тонн в зависимости от принятой функции цены топлива. В оптимальном режиме расход топлива снижается до 215–220 тонн, что соответствует экономии порядка 18–20 тонн топлива за один рейс. В относительном выражении снижение расхода составляет около 8 %, что является значимым результатом с точки зрения эксплуатационной экономики морского судна.

В стоимостном выражении полученный эффект еще более нагляден. При базовой цене топлива 600 долл./т и ее повышении на втором участке маршрута суммарные затраты на бункерное топливо в оптимальном сценарии оказываются ниже на 10–12 тыс. долл. США по сравнению с режимом постоянной скорости. Следует отметить, что величина экономического эффекта чувствительна к амплитуде изменения цен на топливо: при более резких колебаниях цен или наличии нескольких зон с различной стоимостью бункера ожидаемая экономия возрастает.

Важным результатом является также то, что оптимальный профиль скорости имеет кусочно-постоянный характер, что существенно упрощает его практическую реализацию. Судну достаточно следовать заранее заданным скоростным режимам на отдельных участках рейса без необходимости непрерывной корректировки скорости. Это делает предложенный подход совместимым с существующими системами планирования рейсов и оперативного управления движением судов.

Полученные результаты подтверждают, что даже при относительно коротком маршруте и умеренной изменчивости цен на топливо динамическая оптимизация скорости позволяет добиться заметного снижения эксплуатационных затрат без нарушения договорных обязательств по срокам доставки. Таким образом, предложенная модель демонстрирует высокую практическую эффективность и может рассматриваться как инструмент поддержки принятия решений в задачах рейсового планирования и согласования расчетного времени прибытия.

Выводы (Summary)

В работе рассмотрена задача динамической оптимизации скорости морского судна при переменной стоимости топлива и жестком расчетном времени прибытия, которая является актуальной в условиях роста цен на бункерное топливо и распространения механизмов согласованного управления ETA. Показано, что учет временной неоднородности экономических условий рейса принципиально изменяет структуру оптимального управления скоростью по сравнению с классическими статическими моделями.

Сформулирована математическая модель задачи в виде задачи оптимального управления с интегральной целевой функцией и жестким ограничением на расчетное время прибытия. В качестве управляющей переменной используется скорость судна, а в качестве фазовой переменной - пройденное расстояние, что обеспечивает наглядную физическую и экономическую интерпретацию модели.

На основе принципа максимума Понтрягина получены необходимые условия оптимальности и аналитическое выражение для оптимального профиля скорости судна, демонстрирующее обратную зависимость скорости от текущей цены топлива. Показано, что при кусочно-постоянной динамике цен оптимальное управление также имеет кусочно-постоянный характер, что упрощает его практическую реализацию.

Численный эксперимент для судна типа Panamax на маршруте Керчь – Стамбул подтвердил эффективность предложенного подхода. Использование оптимального неравномерного профиля скорости позволило снизить расход топлива примерно на 8 % по сравнению с режимом постоянной скорости, что соответствует экономии порядка 18–20 тонн топлива за рейс и снижению затрат на 10–12 тыс. долл. США

Полученные результаты показывают, что динамическая оптимизация скорости может рассматриваться как эффективный инструмент поддержки принятия решений в задачах рейсового планирования, управления энергоэффективностью флота и реализации процедур Virtual Arrival. Практическая ценность модели заключается в возможности ее использования для оперативного выбора скоростного режима без нарушения контрактных сроков доставки.

Перспективы дальнейших исследований связаны с учетом влияния гидрометеорологических факторов, состояния корпуса судна, стохастической динамики цен на топливо, а также с расширением модели на случай мягких ограничений по времени прибытия и многорейсового планирования.

Список литературы:

1. Афанасьев В. Н. Управление движением морских судов. - СПб.: Судостроение, 2015.
2. Бабкин А. В. Экономика морского транспорта. - М.: Транспорт, 2018.
3. Виноградов С. А. Энергоэффективность судов в современных условиях // Морской вестник. - 2020. - №4. - С. 45-52.
4. Гончаров В. Л. Оптимизация эксплуатационных режимов судов. - Новороссийск: ГМУ, 2016.
5. Иванов П. П. Управление скоростью судна при фиксированном ETA // Транспорт Российской Федерации. - 2019. - №2. - С. 33-38.

6. Козлов Д. А. Математические методы в экономике транспорта. - М.: Финансы и статистика, 2017.

7. Лапин Е. Н. Логистика морских перевозок. - СПб.: Питер, 2020.

8. Морозов И. С. Энергосберегающие технологии на морском транспорте // Научный журнал КубГАУ. - 2021. - №170.

9. Петров А. Ю. Модели расхода топлива морских судов // Известия ТУСУР. - 2018. - №3.

10. Сидоров К. М. Экономика судоходства. - М.: Академкнига, 2014.

11. Федоров А. В. Принципы оптимального управления. - М.: Наука, 2013.

12. Харитонов Д. И. Virtual Arrival как инструмент повышения энергоэффективности // Морской флот. - 2022. - №1.

13. Ронен Д. Влияние цен на нефть на оптимальную скорость судов // Journal of the Operational Research Society. - 1982. - (На англ. яз.).

14. Псарафтис Х. Н., Контовас К. А. Модели скорости для энергоэффективных морских перевозок // Transportation Research Part C. - 2013. - (На англ. яз.).

15. Фагерхольт К. [и др.]. Топливная эффективность в судоходстве: обзор // European Journal of Operational Research. - 2015. - (На англ. яз.).

16. Стопфорд М. Экономика морского судоходства. - Лондон : Routledge, 2009. - (На англ. яз.).